

Valeur absolue et intervalle

Exercice 1 :

Résoudre dans les équations et inéquations suivantes :

a) $|2 - x| < 4$

b) $|6 - 2x| = 3$

c) $|x + 2| > 3$

d) $|x + 2| < |x + 3|$

e) $|x^3 - 1| + p > 0$

f) $3 < |x + 2| < 4$

g) $|4x^2 - 12x + 9| = 4$

h) $|3x + 1| + |1 - x| > 3$

i) $|1 + x^2| = 2x$

Exercice 2 :

Calculer.

a) $|-4|$

b) $|3,8|$

c) $|\frac{100}{3}|$

d) $|5-6|$

e) $|\sqrt{17}-2|$

f) $|2-\sqrt{17}|$

Exercice 3 :

Sans calculatrice, simplifier :

a) $|4|+|-3|$

b) $|1,2|-|-1,2|$

c) $\frac{|5-8|-3}{2}$

d) $2|4-10|+|7-5|$

Exercice 4 :

1.a) Sur une droite graduée, placer les nombres 5 et $\frac{1}{3}$.

b) Calculer la distance entre 5 et $\frac{1}{3}$.

2. Reprendre la question 1. avec 3 et $-\frac{4}{5}$.

3. Reprendre la question 1. avec -1 et $-\frac{4}{5}$.

Exercice 5 :

A l'aide d'une valeur absolue, écrire la distance entre :

a) $\frac{125}{3}$ et 2.

b) $\sqrt{2}$ et 5

c) - 5 et $\frac{12}{5}$

d) π et 4

Exercice 6 :

sans calculatrice, simplifier :

a) $|5 - \pi|$

b) $|8 - \frac{2}{3}|$

c) $|2 - \frac{9}{2}|$

d) $|-1 - 8|$

e) $|-5 - \pi|$

f) $|\frac{1}{2} + 6|$

Exercice 7 :

De la même façon que $|x - 3|$ représente la distance entre le nombre réel x et 3,

exprimer en termes de distance :

a) $|x - 100|$

b) $|x - \frac{1}{3}|$

c) $|x + 5|$

d) $|1,35, -x|$

e) $|-7 - x|$

f) $|\pi - x|$

Exercice 8 :

Déterminer l'ensemble, sous la forme d'intervalle, des réels x vérifiant :

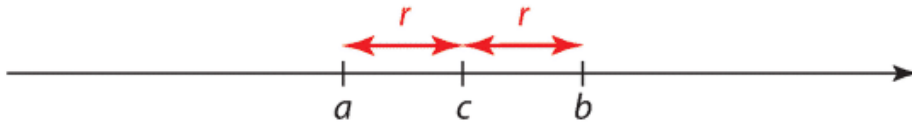
a) $|x-10| \leq 1$ b) $|x-2,5| \leq 0,2$ c) $|x-\frac{1}{2}| \leq \frac{5}{2}$

Exercice 9 :

On considère un intervalle $[a ; b]$ avec a et b deux nombres réels.

On appelle centre de l'intervalle $[a ; b]$ le nombre $c = \frac{a+b}{2}$
 et rayon de l'intervalle $[a ; b]$ le nombre $r = \frac{b-a}{2}$.

Graphiquement, on a :



1. a) Calculer le centre et le rayon de $[2 ; 6]$.
- b) Traduire $|x - 4|$ en termes de distance entre deux réels.
- c) Recopier et compléter: $x \in [2;6] \Leftrightarrow |x-4| \leq \dots$

2. De la même manière, recopier et compléter :

- a) $x \in [1;25] \Leftrightarrow |x-13| \leq \dots$
- b) $x \in [6;20] \Leftrightarrow |x-\dots| \leq \dots$
- c) $x \in [1,2;3] \Leftrightarrow |x-\dots| \leq \dots$

Exercice 10 :

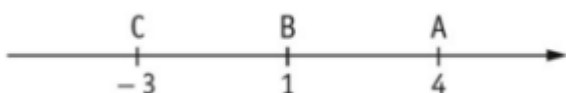
Ecrire une inégalité vérifiée par x et utilisant une valeur absolue dans les cas suivants.

a) $x \in [-4;5]$ b) $x \in [0;1,1]$ a) $x \in [\frac{1}{3};\frac{2}{3}]$

Exercice 11 :

On donne un axe gradué, sur lequel on a placé les points A, B et C.

Compléter les pointillés.

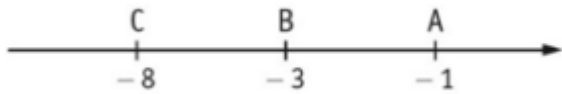


a. $AB = \dots$ b. $AC = \dots$ c. $BC = \dots$ d. $CC = \dots$

Exercice 12 :

On donne un axe gradué, sur lequel on a placé les points A, B et C.

Compléter les pointillés.



a. $AB = \dots$ b. $AC = \dots$ c. $BC = \dots$

Exercice 13 :

Ecrire sans les barres de valeurs absolues les nombres :

a. $|(1-\sqrt{2})^2|$

b. $|2\sqrt{2}-\sqrt{3}|$

c. $|6-2\pi|$

d. $\frac{|-2|}{|-5+1|}$

Exercice 14 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $|x| = 5$

b. $|-x| = 19$

c. $|x-7| = 0$

d. $|x+5,4| = 0$

e. $|x-5| = 8$

f. $|x-\frac{7}{2}| = 2$

Exercice 15 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a. $|x-2| \leq 5$

b. $|x-5| \leq 1$

c. $|x+1,5| + 2,5 < 6$

d. $|x-\sqrt{3}| < \sqrt{3}$

e. $|x-2| \geq \sqrt{3}$

f. $|x+\pi| < \sqrt{5}$

Exercice 16 :

Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Enoncé	Intervalle	Représentation graphique
$-1 \leq x < 3$	$x \in$	
$4 > x > 0$	$x \in$	
$-7 \geq x > -8$	$x \in$	
$x \in \mathbb{R}^+$	$x \in$	
$x \neq 5$	$x \in$	

Exercice 17 :

Traduire sous forme d'intervalle :

1) $y > -3$ et $y < 4$ 2) $y > -3$ ou $y < 4$

3) $y \leq \frac{1}{3}$ et $y \leq \frac{1}{2}$ 4) $y \leq \frac{1}{3}$ ou $y \leq \frac{1}{2}$

Exercice 18 :

Compléter avec les symboles $\in$ ou $\notin$:

1) $7 \dots] 0 ; 7 [$

2) $5,9 \dots] 5,8 ; +\infty [$

3) $-0,25 \dots] -0,3 ; -0,2 [\dots] 1 ; 2]$

4) $-0,199 \dots] -0,2 ; -0,19 [$

5) $\pi \dots [3,14 ; 3,141 [$

Exercice 19 :

Vrai ou faux ?

1) Si $x \in [6,7 ; +\infty [$ alors $x \in [6 ; +\infty [$.

2) Si $x \in] - 3 ; 4 [$ alors $x \in [- 2 ; 5 [$.

3) Si $x \notin [- 5 ; 2[$ alors $x \in] -\infty ; - 3 [\cup [2 ; +\infty[$.

4) L'intervalle $] 0 ; 4[$ est inclus dans $[0 ; 4 [$.

5) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}^+$.

6) Si $x \notin \mathbb{Q}$ alors $x \notin \mathbb{D}$.

Exercice 20 :

Simplifier les notations suivantes lorsque c'est possible.

$A = [- 5 ; 7[\cup [- 2 ; 12 [$

$B = [0 ; +\infty [\cup] - 2 ; +\infty [$

$C =] -\infty ; 0 [\cup [0 ; +\infty [$

$D =] -\infty ; 4/3 [\cap [- 10 ; 10]$

$E = [- 4 ; [\cup] \frac{1}{2} ; 10]$

Exercice 21 :

Représenter I et J sur une droite graduée, puis déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$.

1) $I = [2 ; 5,5]$ et $J =] 1 ; 3]$.

2) $I = [- 1 ; +\infty [$ et $J =] -2 ; 3]$.

3) $I =] - 1 ; 3]$ et $J = [- \sqrt{2} ; \pi [$.

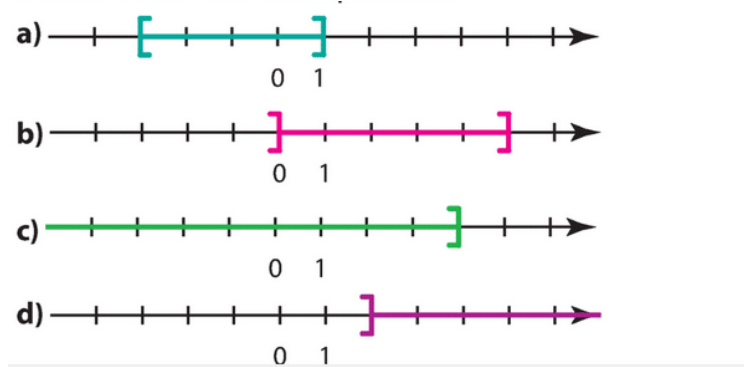
4) $I = \mathbb{R}^-$ et $J = \mathbb{R}^+$.

5) $I = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ et $J = [- 5 ; 5]$.

Exercice 22 :

On considère des droites graduées sur lesquelles on a marqué des ensembles de nombres.

Donner l'intervalle correspondant.



Exercice 23 :

Représenter sur une droite graduée et décrire, à l'aide d'un intervalle, chacun des ensembles de nombres réels x tels que :

- a) $0 \leq x \leq 3$
- b) $-2 < x < 1$
- c) $x \leq 9$
- d) $x > -3,5$

Exercice 24 :

Représenter sur une droite graduée chacun des intervalles suivants.

- a) $]1,6]$
- b) $[-0,5;3,2]$
- c) $] -\infty;2]$
- d) $[0;+\infty[$

Exercice 25 :

Ecrire les inégalités vérifiées par les réels x pour chacun des cas suivants.

- a) $x \in [0;1,2]$
- b) $x \in]-\frac{5}{3};3]$
- c) $x \in [4,73;+\infty[$
- d) $x \in]-\infty;0[$

Exercice 26 :

Recopier et compléter par les signes $\in$ et $\notin$.

- a) $1,4\dots[0;7]$ b) $-\pi\dots]-3;-1[$
- c) $6\dots[\frac{7}{3};+\infty[$ d) $-3\dots]-\infty;-3,5[$

Exercice 27 :

Sans calculatrice, dire si $\frac{2}{3}$ appartient aux intervalles suivants.

- a) $[0;\frac{4}{5}]$ b) $[\frac{3}{5};1]$ c) $[\frac{1}{3};\frac{2}{5}]$

Exercice 28 :

Soit $I = [-6;8]$ et $J =]2;100[$.

Dire si chacun des nombres suivants appartient à I, à J, à $I \cap J$, à $I \cup J$.

- a) - 10 b) - 6 c) - 0,5 d) 2
- e) 8,1 f) 99,9 g) 1 000 h) 0

Exercice 29 :

Compléter le tableau suivant :

Valeur absolue	Distance	Intervalle(s) auxquels appartient x	Inégalités vérifiées par x
$ x+2 < 1$			
	$d(x,a) \geq r$		
			$x \leq -5$ ou $x \geq 5$
		$x \in]2;8[$	

Exercice 30 :

Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

Justifier.

- a. Quels que soient les réels a et b, $|a+b| = |a|+|b|$.
- b. Si $|x| = |-x|$ alors $x=0$.
- c. $|a-b| = |b-a|$
- d. $4|x+y| = |4x+4y|$.

