Trigonométrie dans le triangle rectangle

0. Introduction :un peu d'histoire

Point de vue historique :

Le mot vient du grec "trigone" (triangle) et "metron" (mesure).Dans l'Encyclopédie (1751), Jean le Rond d'Alembert (1717 ; 1783) définit la trigonométrie comme :

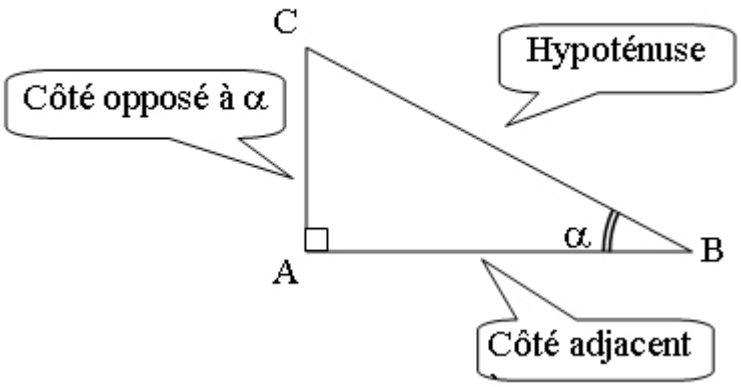
« **l'art de trouver les parties inconnues d'un triangle par le moyen de celles qu'on connaît** ».

C'est bien la démarche qui est demandée aux élèves du collège.

I. Relations trigonométriques dans le triangle rectangle :

Théorème :

Dans un triangle rectangle ABC, on peut définir les relations suivantes entre les angles aigus et les



différentes longueurs des côtés.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

Définition :

- Le cosinus d'un angle aigu est donné par:

Invalid Equation

- Le sinus d'un angle aigu est donné par :

Invalid Equation

- La tangente d'un angle aigu est donnée par :

Invalid Equation

Moyen mnémotechnique :

SOH-CAH-TOA

EXPLICATIONS:

CAH: Cos($\widehat{ABC}$)= (longueur du cote Adjacent a l'angle $\widehat{ABC}$) : (longueur de l'Hypotenuse)

SOH: Sin($\widehat{ABC}$)= (longueur du cote Opposé a l'angle $\widehat{ABC}$) : (longueur de l'Hypotenuse)

TOA: Tan($\widehat{ABC}$)= (longueur du cote Opposé a l'angle $\widehat{ABC}$): (longueur du cote Adjacent a l'angle Invalid Equation)

REMARQUES :

- Le sinus et le cosinus d'un angle sont toujours compris entre - 1 et 1.

- Par contre, la tangente d'un angle aigu peut prendre toutes les valeurs.

EXEMPLES :

Si AC=16 cm et BC=20 cm, calculer $sin\,(\widehat{ABC})$.

[Réponse : $sin\,(\widehat{ABC})$=0,8]

Si AC=16 cm et AB= 12 cm, calculer $tan(\widehat{ABC})$

[Réponse : $tan(\widehat{ABC})$ =1,33]

II. Détermination de la mesure d'un angle en degré, connaissant son cox ou sin x ou tan x :

Méthodologie :

La détermination de la mesure d'un angle connaissant son cos x, sin x ou tan x s'effectue à l'aide de la calculatrice en utilisant les touches : Invalid Equation

En ayant vérifié, préalablement, que la calculatrice est en mode **degré** $\boxed{\text{DEG}}$.

EXEMPLES :

Si cos x = 0,5 alors $x =$

Si sin x = 0,5 alors $x =$

Si tan x = 1 alors $x =$

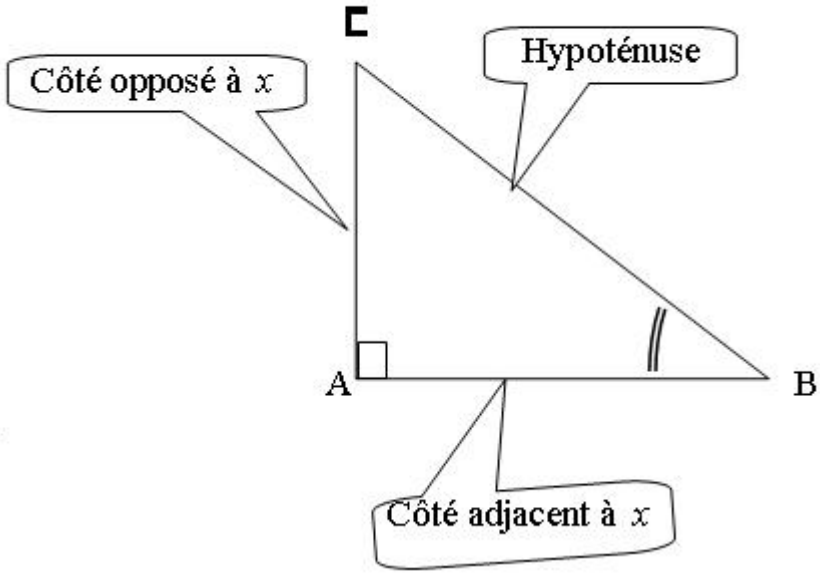
III. Formules Trigonométriques :

Propriété :

Pour tout angle x, les égalités suivantes sont toujours vraies :

Invalid Equation

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.



PREUVE :

$cosx =$

$$cos^2x + sin^2x = (\frac{AB}{BC})^2 + (\frac{AC}{BC})^2 = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2}.$$

Or ABC est rectangle en A, donc d'après la partie directe du théorème de Pythagore : $AB^2+AC^2=BC^2$

D'où :

$$cos^2x + sin^2x = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1.$$

Puis

$$\frac{sinx}{cosx} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{AC}{BC} \times \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB} = tanx.$$