

Théorème de Thalès

Exercice 1 :

figure 1 : $\frac{AM}{AG} = \frac{AF}{AE} = \frac{MF}{GE}$

figure 2 : $\frac{TS}{TG} = \frac{TA}{TB} = \frac{SA}{CB}$

Figure 3 : $\frac{OB}{OD} = \frac{OG}{OE} = \frac{BG}{DE}$

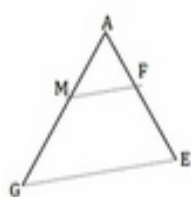


Fig. 1

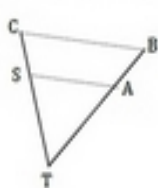


Fig. 2

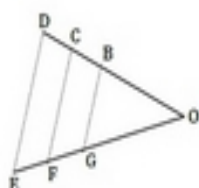


Fig. 3

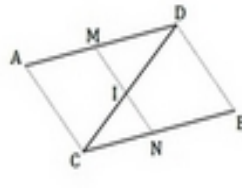


Fig. 4

Exercice 2 :

Montrer à l'aide de la partie directe du théorème de Thalès que :

$$AN = 12$$

$$AB = 1,5$$

$$CT = 6,5 \times \frac{5}{13} = \frac{32,5}{13}$$

$$AB = 3 \times \frac{13}{5} = \frac{39}{5}$$

Exercice 3 :

Pour consolider un bâtiment, on a construit un contrefort en bois.

Sur le dessin ci-dessous, on donne :

$$BS = 6 \text{ m} ; BN = 1,8 \text{ m} ; AM = 1,95 \text{ m} ; AB = 2,5 \text{ m}.$$

1 .Dans le triangle ABS rectangle en B, d'après la propriété directe du théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned}AS^2 &= AB^2 + BS^2 \\AS^2 &= 2,5^2 + 6^2 \\AS^2 &= 6,25 + 36 \\AS^2 &= 42,25 \\AS &= \sqrt{42,25} \\AS &= 6,5\end{aligned}$$

conclusion : AS = 6,5 mètres.

2 Calculer les longueurs SN et SM.

Dans les triangles SMN et SAB, les droites (MN) et (AB) sont parallèles.

$$\begin{aligned}M &\in (AS) \\N &\in (SB)\end{aligned}$$

d'après la partie directe du théorème de Thalès, nous avons les égalités suivantes :

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{MN}{AB}$$

Substituons les longueurs connues.

$$\frac{SM}{6,5} = \frac{6-1,8}{6} = \frac{MN}{2,5}$$

$$\frac{SM}{6,5} = \frac{4,2}{6} = \frac{MN}{2,5}$$

En utilisant le produit en croix, nous obtenons :

$$SM = \frac{4,2 \times 6,5}{6} = 4,55 \text{ m}$$

$$MN = \frac{4,2 \times 2,5}{6} = 1,75 \text{ m}$$

Exercice 5 :

Un funiculaire part de D pour se rendre à A suivant la droite (DA) .

DM = 420m ; DH = 1000m; MP = 252m.

Les triangles DPM et DAH sont respectivement rectangles en P et H.

1) Calculer la distance DP en mètre .

Dans le triangle DPM rectangle en P, d'après la partie directe du théorème de Pythagore :

$$DM^2 = DP^2 + PM^2$$

$$420^2 = DP^2 + 252^2$$

$$176400 = DP^2 + 63504$$

$$DP^2 = 176400 - 63504$$

$$DP^2 = 112896$$

$$DP = \sqrt{112896}$$

$$DP =$$

2) a) **Démontrer que les droite (MP) et (HA) sont parralèles .**

On sait que :

$$\begin{cases} (MP) \perp (DH) \\ (AH) \perp (DH). \end{cases}$$

Propriété : deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles.

Conclusion : $(MP) \parallel (AH)$.

b) Calculer la distance DA en mètre puis en kilomètre.

Dans les triangles DPM et DHA :

On sait que :

$$\begin{cases} M \in (DA) \\ P \in (DH) \\ (MP) \parallel (AH). \end{cases}$$

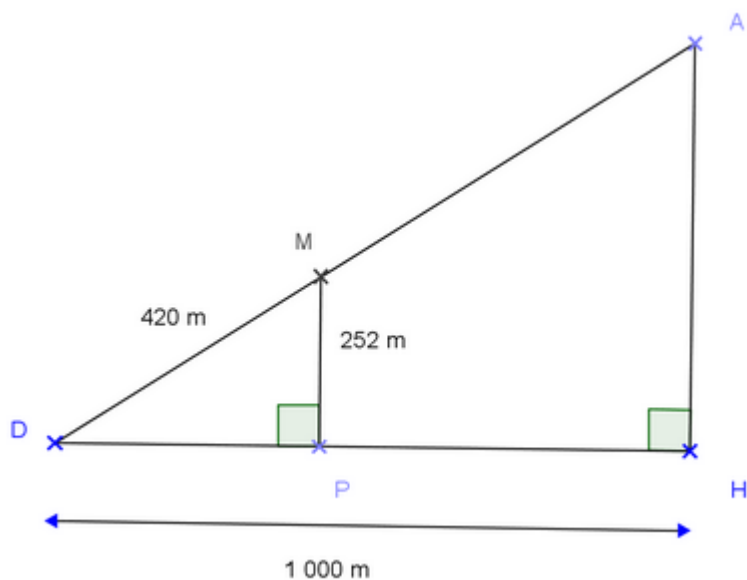
d'après la partie directe du théorème de Thalès, nous avons les égalités suivantes :

$$\frac{DM}{DA} = \frac{DP}{DH} = \frac{PM}{HA}$$



en utilisant le produit en croix, nous obtenons :

$$DA = \frac{420 \times 1000}{336} = 1250 \text{ m} = 1,25 \text{ km}$$



Exercice 6 :

a. [SO] est une hauteur de la pyramide donc le triangle AOS est rectangle en O .

Dans le triangle AOS rectangle en O, d'après la partie directe du théorème de Pythagore :

$$AS^2 = AO^2 + OS^2$$

$$20^2 = 12^2 + OS^2$$

$$400 = 144 + OS^2$$

$$OS^2 = 400 - 144$$

$$OS^2 = 256$$

$$OS = \sqrt{256}$$

$$OS =$$

b. Le coefficient de réduction est :

$$k = \frac{SM}{SO} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

c.

$$SI = \frac{1}{8}SA = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm}$$

$$IA = SA - SI = 20 - 2,5 = 17,5 \text{ cm}$$

Exercice 7 :

C'est une application du théorème de Thalès .

$$\frac{24}{200} = \frac{30}{x}$$

$$x = \frac{30 \times 200}{24} = 250 \text{ cm} = 2,5 \text{ m}$$

Conclusion : Il doit placer l'écran à 2,5 mètres de la source de lumière.

Exercice 9 :

On applique le théorème de Thalès puisque nous avons une configuration du sablier.

Nous avons l'égalité des rapports suivants :

$$\frac{L}{1} = \frac{20}{5}$$

$$L = \frac{20 \times 1}{5} = 4 \text{ pas}$$

La largeur de la rivière est de 4 pas .

b.

$$65 \times 4 =$$

La largeur de la rivière est de 260 centimètres.

Exercice 10 :

Les droites (CA) et (DH) sont perpendiculaires à une même droites donc elles sont parallèles.

$$H \in (AB), D \in (CB)$$

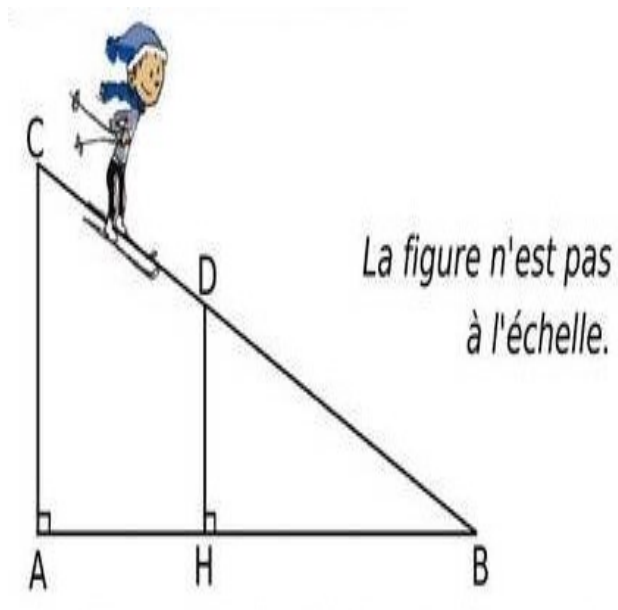
d'après la partie directe du théorème de Thalès, nous avons l'égalité suivante :

$$\frac{BD}{BC} = \frac{DH}{CA}$$

$$\frac{BD}{1200} = \frac{150}{200}$$

$$BD = \frac{150 \times 1200}{200} = 900 \text{ m}$$

Conclusion : Il lui reste à parcourir 900 mètres.



Exercice 11 :

Les droites (BI) et (KA) sont parallèles, $S \in (KI)$ et $S \in (AB)$

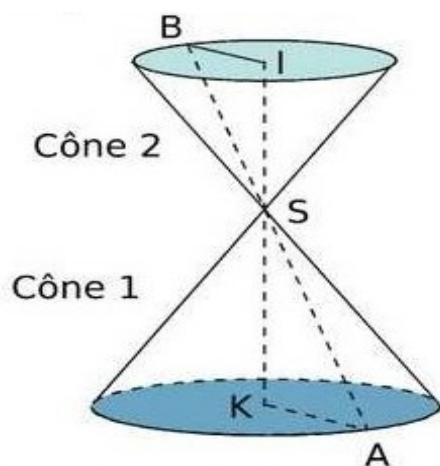
d'après la partie directe du théorème de Thalès :

$$\frac{BI}{KA} = \frac{SI}{SK}$$

$$\frac{BI}{4,5} = \frac{4}{6}$$

$$BI = \frac{4 \times 4,5}{6} = 3 \text{ cm}$$

Conclusion : la longueur du segment [BI] est de 3 cm.



Exercice 12 :

On peut utiliser le théorème de Thalès uniquement sur les figures b, d et e.

Exercice 14 :

Dans les triangles ADE et ACB, d'après la partie directe du théorème de Thalès :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$BC = 2BF = 2 \times 1737 =$$

$$\frac{2,8}{AB} = \frac{0,026}{3474000}$$

$$AB = \frac{2,8 \times 3474000}{0,026}$$

$$AB = 374123077 \text{ m}$$

Exercice 15 :

Les droites (FC) et (DA) sont parallèles si $\frac{IA}{IC} = \frac{ID}{IF}$.

$$\frac{7x+5}{5x} = \frac{12}{7}$$

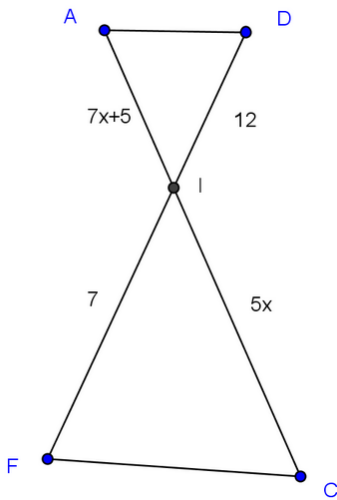
$$7(7x+5) = 12 \times 5x$$

$$49x+35 = 60x$$

$$60x-49x = 35$$

$$11x = 35$$

$$x = \frac{35}{11}$$



Exercice 16 :

La hauteur du bâton est BD .

Notons x la hauteur du bâton .

$$AB = x - 15$$

$$AC = x$$

Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après la partie directe du théorème de Pythagore,

nous avons :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$x^2 = (x - 15)^2 + 45^2$$

$$x^2 = x^2 - 30x + 15^2 + 45^2$$

$$x^2 = x^2 - 30x + 225 + 2025$$

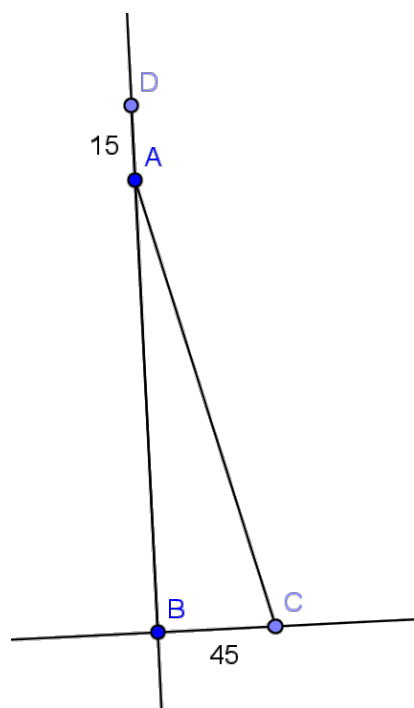
$$x^2 = x^2 - 30x + 2250$$

$$-30x + 2250 = 0$$

$$x = \frac{-2250}{-30}$$

$$x =$$

La hauteur du bâton est de 75 cm .

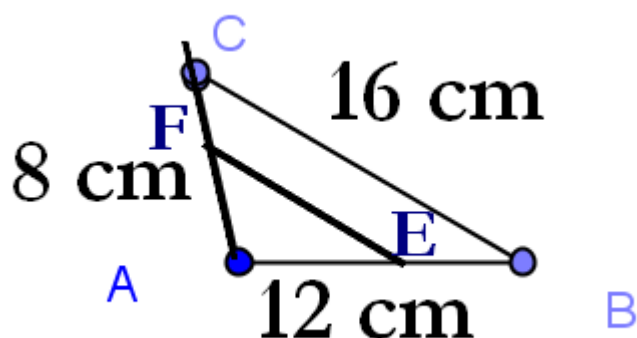


Exercice 17 :

Construire un triangle ABC tel que $AB=12\text{cm}$, $BC=16\text{cm}$, $AC=8\text{cm}$.

1) Placer le point E sur (AB) tel que $AE=9\text{cm}$ puis tracer la parallèle à (BC) passant par E.

Elle coupe (AC) en F.



Calculez AF.

$$\begin{cases} F \in (AC) \\ E \in (AB) \\ (FE) \parallel (CB). \end{cases} \quad \text{d'après la partie directe du théorème de Thalès :}$$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$$

$$\frac{AF}{8} = \frac{9}{12}$$

$$AF = \frac{8 \times 9}{12}$$

$$AF =$$

2) Dans la suite du problème, le point E se promène sur [AB] et on pose $AE = x$.

a) Donner un encadrement de x .

$$0 < x < 12$$

b) Calculer AF en fonction de x .

$$\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$$

$$\frac{AF}{8} = \frac{x}{12}$$

$$AF = \frac{8}{12}x$$

$$AF = \frac{2}{3}x$$

c) En déduire FC et exprimer également EB en fonction de x .

$$FC = AC - AF = 8 - \frac{2}{3}x$$

$$EB = AB - AE = 12 - x$$

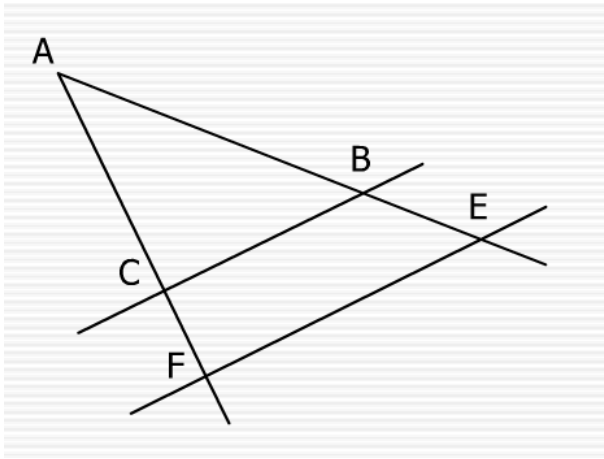
Exercice 18:

a) Calculer l'angle $\hat{A}$.

La valeur de cet angle est impossible à déterminer.

b) Quelle est la nature du triangle AEF ? Justifier votre réponse.

Le triangle AEF est quelconque.



Les points O,C,F ; O,B,E et O,A,D sont alignés.

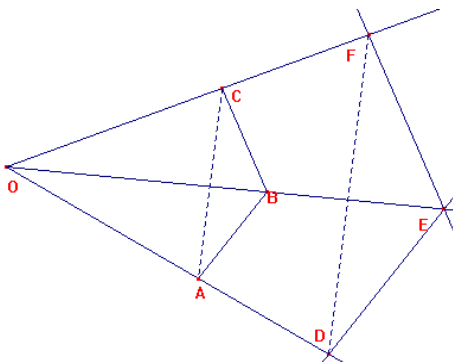
$(CB) \parallel (FE)$ et $(BA) \parallel (ED)$.

Montrer que $(CA) \parallel (FD)$.

Indication :

Utiliser les égalités des rapports dans les triangles OFE et OED.

Puis appliquer la réciproque du théorème de Thalès pour montrer que $(CA) \parallel (FD)$.



Exercice 20 :

1. Dans les triangles KMN et KLV, le segment [MN] est un agrandissement de [LV]

et le coefficient d'agrandissement est $k = \frac{8}{5}$

donc

$$MN = \frac{8}{5} \times 4 =$$

2. Les points D,C,M et F,C,N sont alignés dans le même ordre.

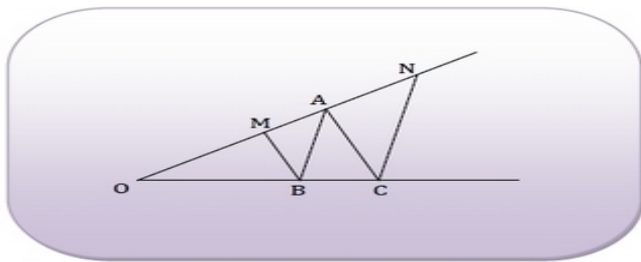
$$\frac{CD}{CM} = \frac{45}{51} \text{ et } \frac{CF}{CN} = \frac{30}{40}$$

or $45 \times 40 =$ et $30 \times 51 =$

donc $\frac{CD}{CM} \neq \frac{CF}{CN}$ donc d'après la contraposée du théorème de Thalès,

les droites (DF) et (MN) ne sont pas parallèles.

Exercice 21 :



D'après le schéma nous sommes bien dans **une configuration de Thalès** où les points O,M,A,N sont alignés (il suffisait de 3 points mais ici je précise que ces quatre sont alignés). et les points O, B et C sont également alignés. Et qu'il y a plusieurs triangles intéressants deux à deux tels que OAB et ONC ou OBM et OCA.

Le théorème de Thalès nous dit que si les triangles OAB et ONC forment une configuration de Thalès tel que les points O,A,N d'une part sont alignés dans cet ordre, et O,B,C d'autre part sont alignés dans cet ordre. Et si les droites (AB) et (NC) sont parallèles alors nous avons les égalités de rapport suivants :

$$OC/OB = ON/OA = NC/AB \quad (1)$$

Il en va de même pour les triangles OBM et OCA qui forment une configuration de Thalès puisque les points O,B et C sont alignés dans cet ordre et les points O, M et N sont eux aussi alignés dans cet ordre. Puisque les droites (BM) et (AC) sont parallèles nous avons les égalités de rapport suivants :

$$OC/OB = OA/OM = CA/BM \quad (2)$$

Utilisons (1) et remarquons que $\frac{OC}{OB} = \frac{ON}{OA} = \frac{NC}{AB}$ est équivalent à $\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{ON} = \frac{AB}{NC}$

Avec (2) nous avons $\frac{OA}{OM} = \frac{OC}{OB} = \frac{1}{\frac{OB}{OC}}$ or dans (1) $\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{ON}$ donc $OA/OM = ON/OA$ puisque $\frac{1}{\frac{OA}{ON}} = \frac{ON}{OA}$

ce qui par un produit en croix nous donne $OA^2 = OM \times ON$

Exercice 22 :

1. Dans les triangles ECD et EAB :

$$\begin{aligned} (AB) & // (CD) \\ C & \in (EB) \\ D & \in (EA) \end{aligned}$$

d'après la partie directe du théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{EC}{EB} = \frac{ED}{EA} = \frac{CD}{AB}$$

$$\frac{EC}{16} = \frac{6}{10} = \frac{CD}{20}$$

Calculons CD :

$$\frac{CD}{20} = \frac{6}{10}$$

$$10 \times CD =$$

$$\frac{10 \times CD}{10} = \frac{6 \times 20}{10}$$

$$\boxed{CD = 12 \text{ cm}}$$

2. Dans les triangles BFG et BEA:

B, F, E B, G, A sont **alignés dans le même ordre** .

$$\frac{BF}{BE} = \frac{12,8}{16} = \frac{128}{160}$$

$$\frac{BG}{BA} = \frac{16}{20} = \frac{128}{160}$$

Conclusion :

$$\frac{BF}{BE} = \frac{BG}{BA}$$

donc d'après la partie réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (AE) sont parallèles .

Exercice 23 :

1. Dans les triangles ABC et AMN :

$$(BC) // (MN)$$

$$M \in (AB)$$

$$N \in (AC)$$

d'après la partie directe du théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$

$$\frac{2,4}{AM} = \frac{5,2}{7,8} = \frac{BC}{4,5}$$

Calculons AM :

$$\frac{2,4}{AM} = \frac{5,2}{7,8}$$

$$5,2 \times AM =$$

$$\frac{5,2 \times AM}{5,2} = \frac{2,4 \times 7,8}{5,2}$$

$$AM =$$

$$Am = 3,6 \text{ cm}$$

Calculons BC:

$$\frac{BC}{4,5} = \frac{5,2}{7,8}$$

$$7,8 \times BC =$$

$$\frac{7,8 \times BC}{7,8} = \frac{4,5 \times 5,2}{7,8}$$

$$BC =$$

$$Am = 3 \text{ cm}$$

2. Dans les triangles ABC et APR:

P, A, C R, A, B sont **alignés dans le même ordre** .

$$\frac{AP}{AC} = \frac{2,6}{5,2} = \frac{26}{52} = 0,5$$

$$\frac{AR}{AB} = \frac{1,2}{2,4} = \frac{12}{24} = 0,5$$

Conclusion :

$$\frac{AP}{AC} = \frac{AR}{AB}$$

donc d'après la partie réciproque du théorème de Thalès, les droites (PR) et (BC) sont parallèles .

Exercice 24 :

1. Dans les triangles OAC et OBE :

 sont **alignés dans le même ordre** .

$$\frac{OA}{OB} = \frac{60}{72} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{OC}{OE} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$$

Conclusion :

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OE}$$

donc d'après la partie réciproque du théorème de Thalès, les droites (AC) et (EB) sont parallèles .

2. Dans les triangles OAC et OBE :

$$(AC) // (EB)$$

$$C \in (OE)$$

$$A \in (OB)$$

d'après la partie directe du théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OE} = \frac{AC}{EB}$$

$$\frac{60}{72} = \frac{50}{60} = \frac{100}{EB}$$

Calculons EB:

$$\frac{100}{EB} = \frac{50}{60}$$

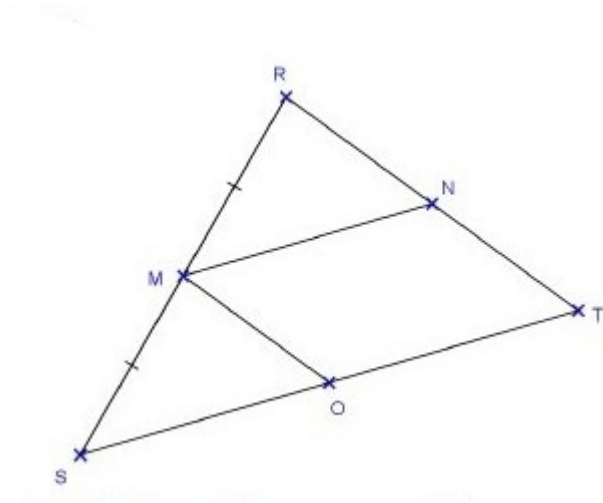
$$50 \times EB =$$

$$\frac{50 \times EB}{50} = \frac{100 \times 60}{50}$$

$$CD = 120 \text{ cm}$$

Exercice 28 :

Montrer que O est le milieu de [ST].



Hypothèses :

Les droites (OM) et (RT) sont parallèles (d'après question précédente).

M milieu de [SR] d'après le codage.

Propriété :

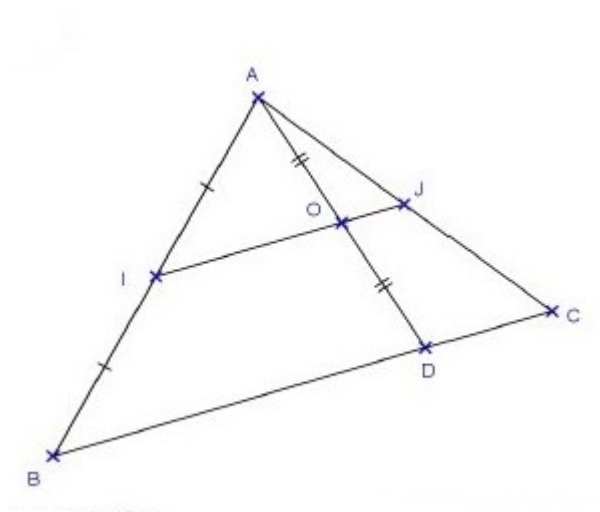
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté

alors cette droite coupe le troisième côté en son milieu.

Conclusion :

O est le milieu de [ST]

Exercice 29 :



1. Montrer que les droites (IO) et (BD) sont parallèles.

Hypothèses :

I milieu de [AB] et O milieu de [AD] (d'après le codage)

Propriété :

Si une droite passe par le milieu de deux côtés d'un triangle alors
cette droite est parallèle au troisième côté.

Conclusion :

(IO) et (BD) sont parallèles

2. Montrer que J est le milieu de [AC].

Hypothèses :

Les droites (OJ) et (DC) sont parallèles (d'après question précédente).

O milieu de [AD] par hypothèses

Propriété :

Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté
alors cette droite coupe le troisième côté en son milieu.

Conclusion :

J est le milieu de [AC].