

Séries entières

I. Séries entières et rayon de convergence

Dans tout le chapitre, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, et $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite complexe. Les séries entières généralisent les polynômes : ce sont des « polynômes de degré infini ». Leur intérêt tient en un point. En effet, on peut les additionner, les multiplier, les dériver et les intégrer comme des polynômes, à l'intérieur d'un disque bien identifié.

1. Définition

Définition :

On appelle **série entière** de la variable complexe z toute série de fonctions $\sum a_n z^n$, où (a_n) est une suite complexe. Les a_n sont ses **coefficients**. Lorsque la série converge, on note $S(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ sa somme.

Exemple :

La série géométrique $\sum z^n$ converge si et seulement si $|z| < 1$, et sa somme vaut alors $\frac{1}{1-z}$. De même, la série exponentielle $\sum \frac{z^n}{n!}$ converge pour tout $z \in \mathbb{C}$. Enfin, $\sum n! z^n$ ne converge qu'en $z = 0$, car son terme général ne tend pas vers 0 dès que $z \neq 0$.

2. Le lemme d'Abel

Le résultat fondateur est le suivant. Il transforme une simple information de bornitude en convergence absolue sur tout un disque.

Lemme :

Lemme d'Abel. Soit $z_0 \in \mathbb{C}$ tel que la suite $(a_n z_0^n)$ soit bornée. Alors, pour tout z tel que $|z| < |z_0|$, la série $\sum a_n z^n$ converge absolument.

Démonstration :

Soit M tel que $|a_n z_0^n| \leq M$ pour tout n . Si $|z| < |z_0|$, alors $z_0 \neq 0$ et

$$|a_n z^n| = |a_n z_0^n| \left| \frac{z}{z_0} \right|^n \leq M q^n, \text{ avec } q = \left| \frac{z}{z_0} \right| < 1.$$

Or la série géométrique $\sum M q^n$ converge. Par comparaison de séries à termes positifs, $\sum |a_n z^n|$ converge donc.

3. Rayon de convergence

Définition :

Le **rayon de convergence** de $\sum a_n z^n$ est

$$R = \sup \left\{ r \geq 0, \begin{array}{l} (a_n r^n) \text{ est bornée} \end{array} \right\} \in [0, +\infty].$$

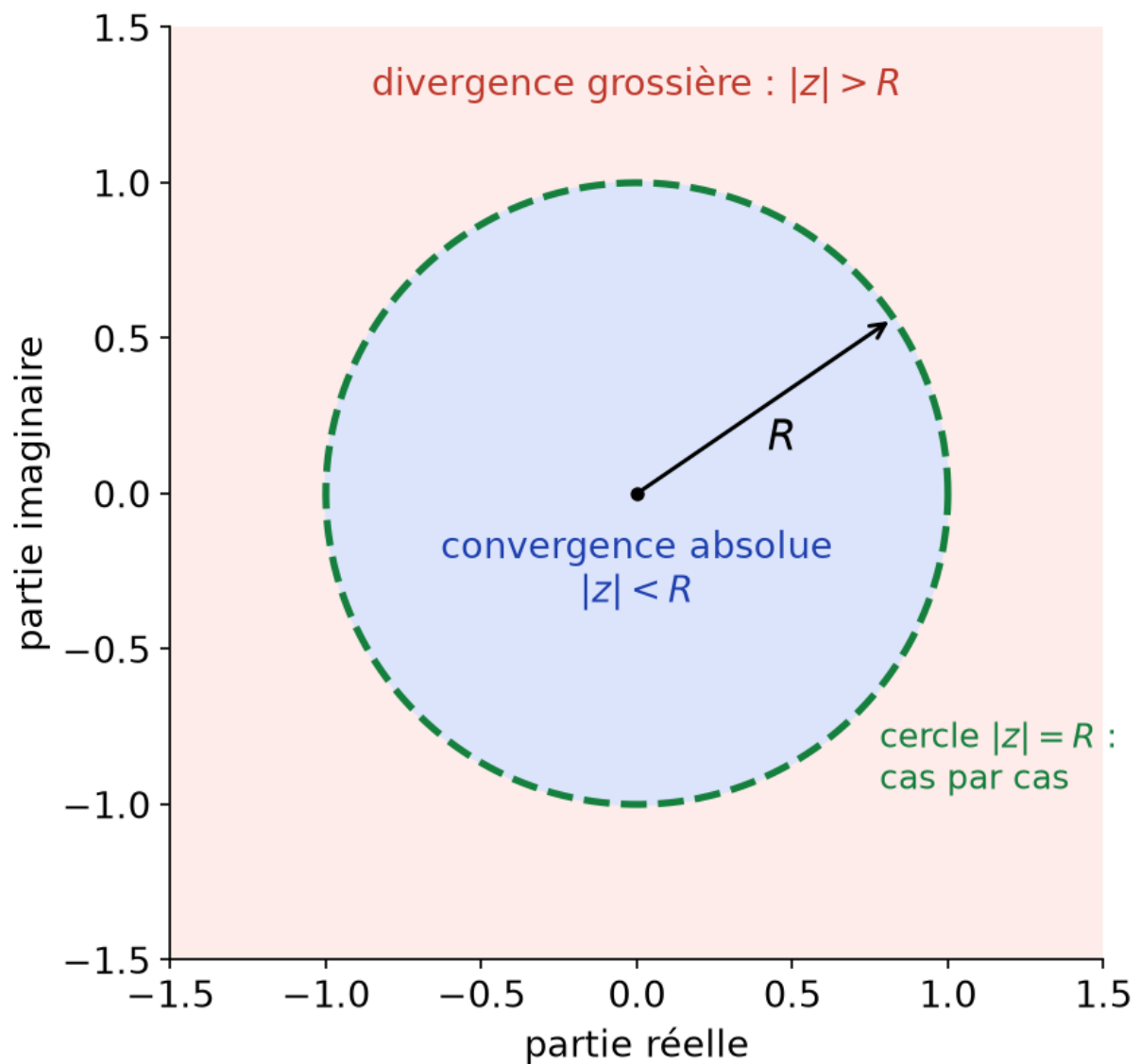
Le disque $D(0, R) = \{z \in \mathbb{C} : |z| < R\}$ est le **disque ouvert de convergence**. Pour une

variable réelle, $]-R, R[$ est l'**intervalle ouvert de convergence**.

Théorème :

Soit R le rayon de $\sum a_n z^n$. Si $|z| < R$, la série converge absolument. Si $|z| > R$, la suite $(a_n z^n)$ n'est pas bornée, donc la série diverge grossièrement. Sur le cercle $|z| = R$, on ne peut rien dire en général.

La figure ci-dessous résume la situation. À l'intérieur du disque, tout va bien ; à l'extérieur, la divergence est grossière. En revanche, le cercle frontière est une zone d'incertitude qu'il faut étudier au cas par cas.



Exemple :

Les trois séries $\sum z^n$, $\sum \frac{z^n}{n}$ et $\sum \frac{z^n}{n^2}$ ont toutes pour rayon 1. Pourtant, la première diverge en tout point du cercle unité. La deuxième diverge en $z = 1$ mais converge en $z = -1$. Enfin, la troisième converge absolument sur tout le cercle.

Ainsi, pour déterminer R , il suffit souvent d'exhiber un point de convergence et un point de divergence de même module. En effet, si la série converge en z_1 , alors $R \geq |z_1|$. Si elle diverge en z_2 , alors $R \leq |z_2|$.

II. Calcul pratique du rayon de convergence

1. Comparaison des coefficients

Propriété :

Soient $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ de rayons R_a et R_b .

- Si $a_n = O(b_n)$, en particulier si $a_n = o(b_n)$ ou si $|a_n| \leq |b_n|$, alors $R_a \geq R_b$.
- Si $a_n \sim b_n$, alors $R_a = R_b$.
- Pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$, la série $\sum n^\alpha a_n z^n$ a le même rayon que $\sum a_n z^n$.

Démonstration :

Si $a_n = O(b_n)$ et si $(b_n r^n)$ est bornée, alors $(a_n r^n)$ l'est aussi. Donc tout r admissible pour b l'est pour a , d'où $R_a \geq R_b$. L'équivalence donne les deux dominations, donc l'égalité. Pour le dernier point, prenons $r < r' < R_a$. On a $n^\alpha a_n r^n = a_n r'^n \cdot n^\alpha (r/r')^n$, qui tend vers 0 par croissances comparées. Ainsi le rayon de $\sum n^\alpha a_n z^n$ vaut au moins R_a . Enfin, on conclut par symétrie en changeant α en $-\alpha$.

2. Règle de d'Alembert

Théorème :

Supposons $a_n \neq 0$ à partir d'un certain rang et $\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \rightarrow \ell \in [0, +\infty]$. Alors le rayon de $\sum a_n z^n$ vaut $R = \frac{1}{\ell}$, avec les conventions $1/0 = +\infty$ et $1/(+\infty) = 0$.

Démonstration :

Fixons $z \neq 0$. On a $\left| \frac{a_{n+1} z^{n+1}}{a_n z^n} \right| \rightarrow \ell |z|$. D'après la règle de d'Alembert pour les séries numériques, la série converge absolument si $\ell |z| < 1$. De plus, elle diverge grossièrement si $\ell |z| > 1$. Par conséquent, $R = 1/\ell$.

Méthode :

Déterminer un rayon de convergence.

- D'abord, simplifier les coefficients par un équivalent et utiliser la comparaison.
- Ensuite, si les coefficients sont des quotients de factorielles ou de puissances, appliquer d'Alembert au rapport $|a_{n+1}/a_n|$.
- Pour une série lacunaire comme $\sum a_n z^{2n}$, appliquer d'Alembert directement à la série numérique $\sum |a_n z^{2n}|$, à z fixé.
- Enfin, si rien ne marche, encadrer R en cherchant les r pour lesquels $(a_n r^n)$ est bornée.

Exemple :

Pour $\sum \frac{z^{2n}}{4^n}$, on ne peut pas écrire a_{n+1}/a_n , car les coefficients impairs sont nuls. À $z \neq 0$ fixé, posons $u_n = \frac{|z|^{2n}}{4^n}$. Alors $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{|z|^2}{4}$. Il y a donc convergence si $|z| < 2$ et divergence si $|z| > 2$. Finalement, le rayon vaut 2 .

Attention :

La règle de d'Alembert n'est qu'une condition suffisante. Par exemple, pour $a_n = 2 + (-1)^n$, le rapport a_{n+1}/a_n n'a pas de limite. Pourtant, $1 \leq a_n \leq 3$ montre par comparaison que $R = 1$.

III. Opérations sur les séries entières

1. Somme et produit par un scalaire

Proposition :

Soient $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ de rayons R_a et R_b . Le rayon R de $\sum (a_n + b_n) z^n$ vérifie $R \geq \min(R_a, R_b)$, avec égalité si $R_a \neq R_b$. De plus, pour $|z| < \min(R_a, R_b)$, la somme de la série somme est la somme des sommes.

Remarque :

Si $R_a = R_b$, le rayon de la somme peut être strictement plus grand. Par exemple, avec $a_n = 1$ et $b_n = -1$, les deux rayons valent 1, mais la série somme est nulle et son rayon est infini.

2. Produit de Cauchy

Définition :

Le **produit de Cauchy** de $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ est la série entière $\sum c_n z^n$, où

$$c_n = \sum_{k=0}^n a_k b_{n-k}.$$

Théorème :

Le rayon de $\sum c_n z^n$ est au moins $\min(R_a, R_b)$. De plus, pour $|z| < \min(R_a, R_b)$,

$$\sum_{n=0}^{+\infty} c_n z^n = \left(\sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n \right) \left(\sum_{n=0}^{+\infty} b_n z^n \right).$$

Démonstration :

Pour $|z| < \min(R_a, R_b)$, les deux séries $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ convergent absolument. Or le produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes converge absolument, et sa somme est le produit des sommes. Il suffit alors de remarquer que $\sum_{k=0}^n a_k z^k b_{n-k} z^{n-k} = c_n z^n$. Ainsi la série $\sum c_n z^n$ converge en tout point du disque, ce qui donne la minoration du rayon.

Exemple :

Élevons au carré la série géométrique. Ici $a_k = b_k = 1$, donc $c_n = n + 1$. Par conséquent, pour $|z| < 1$,

$$\frac{1}{(1-z)^2} = \sum_{n=0}^{+\infty} (n+1) z^n.$$

IV. Régularité de la somme d'une série entière

1. Convergence normale et continuité

Théorème :

Soit $\sum a_n z^n$ de rayon $R > 0$. Pour tout $r \in [0, R[$, la série converge normalement sur le disque fermé $\overline{D}(0, r)$. Par conséquent, sa somme S est continue sur le disque ouvert $D(0, R)$.

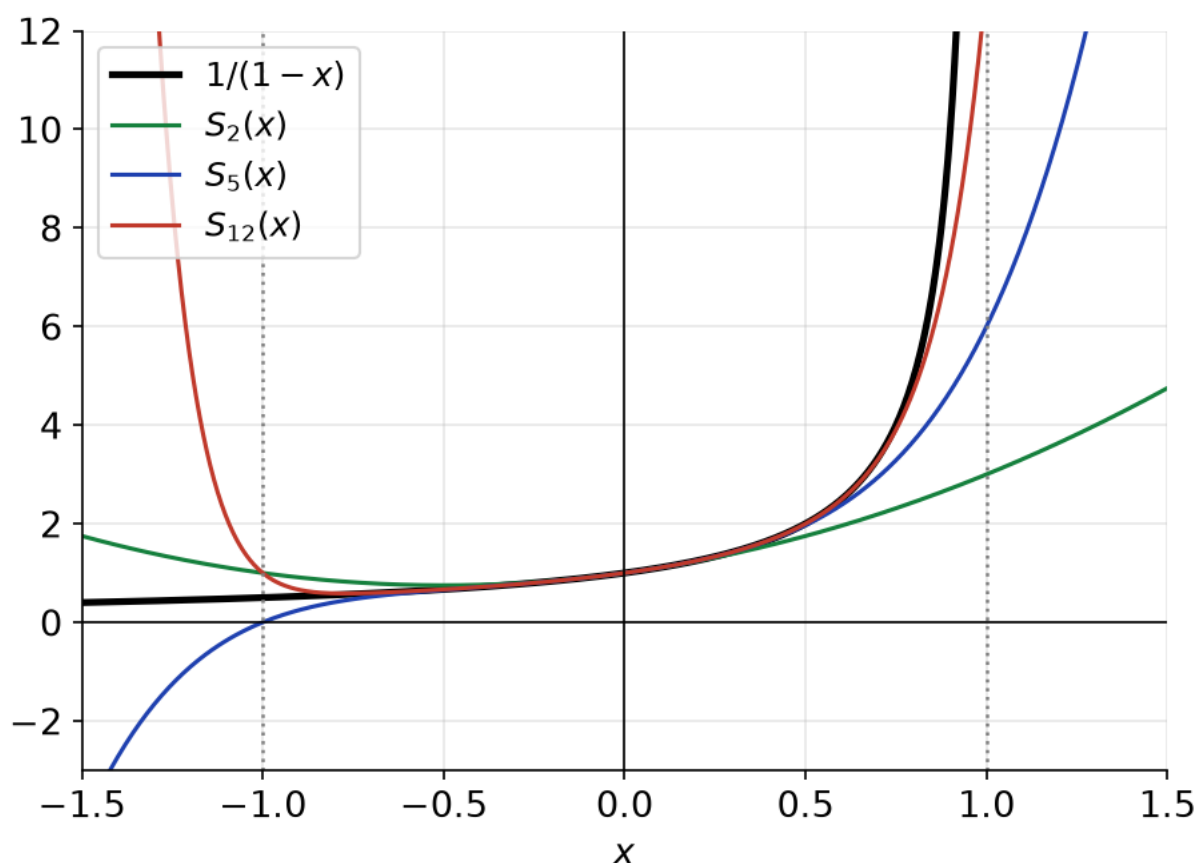
Démonstration :

Si $|z| \leq r$, alors $|a_n z^n| \leq |a_n| r^n$. Or $r < R$, donc $\sum |a_n| r^n$ converge : c'est la convergence normale. Chaque fonction $z \rightarrow a_n z^n$ est continue, donc S est continue sur chaque $\overline{D}(0, r)$. Enfin, tout point de $D(0, R)$ est intérieur à un tel disque fermé, ce qui prouve la continuité sur $D(0, R)$.

Attention :

Il n'y a pas en général convergence uniforme sur tout le disque ouvert. Par exemple, $\sum x^n$ ne converge pas uniformément sur $] -1, 1[$. En effet, sa somme $\frac{1}{1-x}$ n'est pas bornée, alors que chaque somme partielle l'est.

La figure ci-dessous montre les sommes partielles de la série géométrique. Elles collent à $\frac{1}{1-x}$ sur tout segment de $] -1, 1[$, mais s'en écartent près du bord. Hors de $[-1, 1]$, elles explosent.



2. Le théorème d'Abel radial

Que se passe-t-il au bord de l'intervalle de convergence ? Si la série converge en $x = R$, sa somme est continue en ce point, du moins le long du rayon.

Théorème :

Théorème d'Abel radial. Soit $\sum a_n x^n$ une série entière de rayon $R \in]0, +\infty[$. Si la série numérique $\sum a_n R^n$ converge, alors

$$\lim_{x \rightarrow R^-} \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n R^n.$$

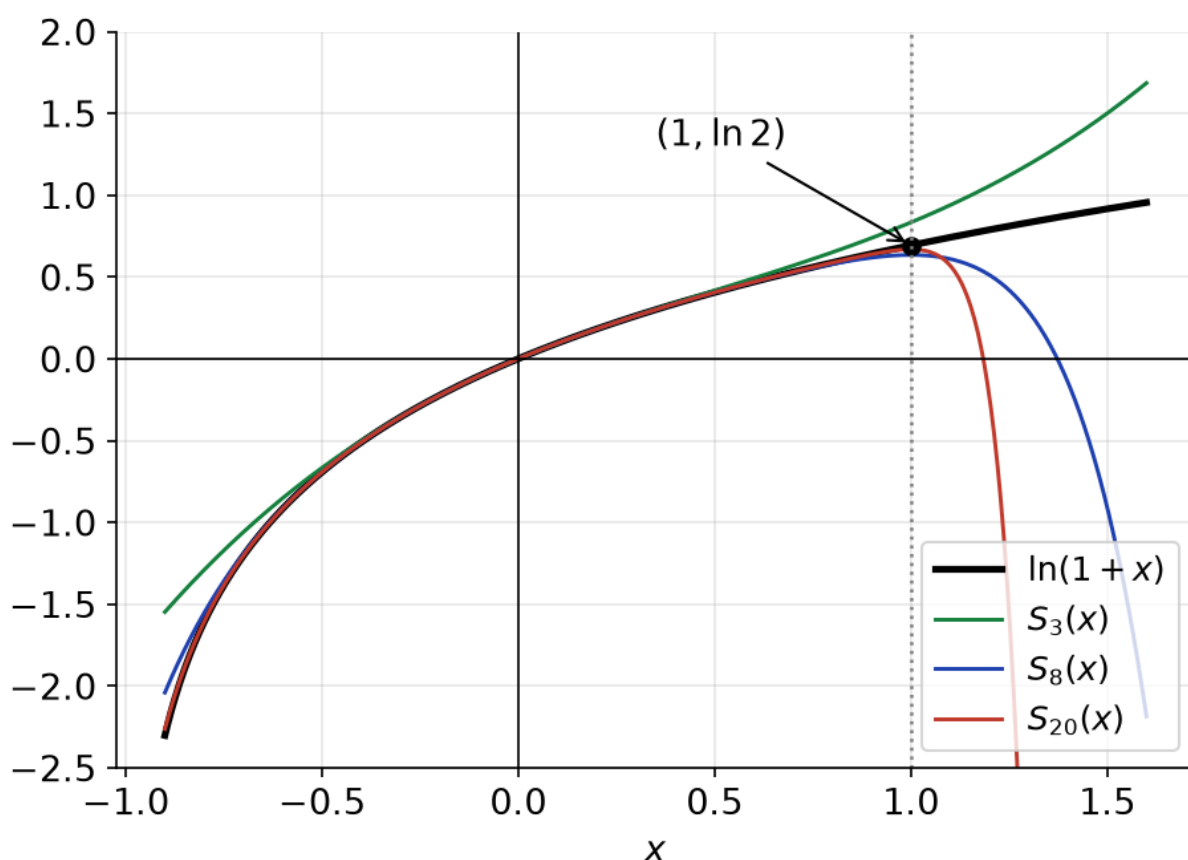
Autrement dit, la somme S est continue sur $]-R, R]$.

Exemple :

Pour $x \in]-1, 1[$, on a $\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$. En $x = 1$, la série converge d'après le critère des séries alternées. Le théorème d'Abel radial et la continuité du logarithme donnent donc

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} = \ln 2.$$

La figure suivante illustre cet exemple. Les sommes partielles de la série de $\ln(1+x)$ se rapprochent de la courbe jusqu'en $x = 1$ inclus. En revanche, pour $x > 1$, elles s'éloignent de plus en plus.



Attention :

La réciproque est fausse. Par exemple, $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n x^n = \frac{1}{1+x}$ tend vers $\frac{1}{2}$ quand $x \rightarrow 1^-$.
Pourtant, la série $\sum (-1)^n$ diverge.

V. Dérivation et intégration terme à terme

1. Primitive et dérivée d'une série entière

Lemme :

Les séries entières $\sum a_n z^n$, $\sum n a_n z^{n-1}$ et $\sum \frac{a_n}{n+1} z^{n+1}$ ont le même rayon de convergence.

C'est une conséquence directe de la propriété sur $\sum n^\alpha a_n z^n$, avec $\alpha = 1$ et $\alpha = -1$. On en déduit les deux résultats majeurs du chapitre, énoncés pour une variable réelle.

Théorème :

Soit $S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ de rayon $R > 0$.

- **Intégration terme à terme.** La fonction $x \rightarrow \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{n+1} x^{n+1}$ est la primitive de S sur $] -R, R[$ qui s'annule en 0 .
- **Dérivation terme à terme.** La fonction S est de classe C^1 sur $] -R, R[$ et
$$S'(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} n a_n x^{n-1}.$$
- Par récurrence, S est de classe C^∞ sur $] -R, R[$ et, pour tout k ,

$$S^{(k)}(x) = \sum_{n=k}^{+\infty} \frac{n!}{(n-k)!} a_n x^{n-k}.$$

Démonstration :

La série dérivée $\sum n a_n x^{n-1}$ a le rayon R . Elle converge donc normalement sur tout segment $[-r, r] \subset]-R, R[$. Par ailleurs, $\sum a_n x^n$ converge simplement sur ce segment. Le théorème de dérivation des séries de fonctions s'applique : S est C^1 sur $[-r, r]$, de dérivée la somme de la série dérivée. Ceci valant pour tout $r < R$, on conclut sur $]-R, R[$. De même, la série primitive a pour dérivée S , ce qui donne l'intégration.

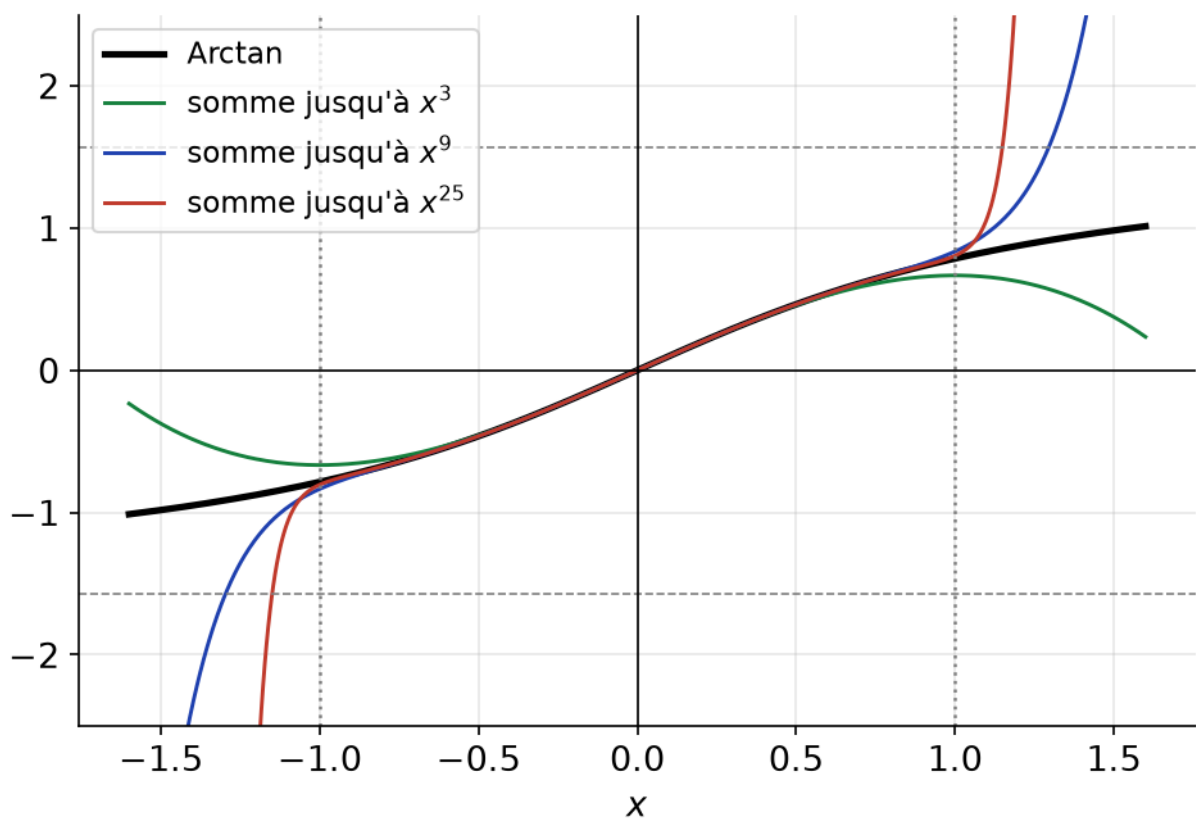
Exemple :

Pour $x \in]-1, 1[$, on a $\frac{1}{1+x^2} = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n x^{2n}$. En intégrant terme à terme de 0 à x , on obtient

$$\text{Arctan } x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}, \quad x \in]-1, 1[.$$

De plus, en $x = 1$, la série converge par le critère des séries alternées. Par le théorème d'Abel radial, $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$.

Comme le montre la figure ci-dessous, les sommes partielles de cette série approchent l'arc tangente sur $]-1, 1[$. Au-delà de $|x| = 1$, elles divergent, alors que la fonction Arctan reste parfaitement régulière.



2. Coefficients et unicité

Corollaire :

Si $S(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ sur $] -R, R[$ avec $R > 0$, alors pour tout n ,

$$a_n = \frac{S^{(n)}(0)}{n!}.$$

En particulier, si deux séries entières ont la même somme sur un intervalle $] -r, r[$ avec $r > 0$, alors elles ont les mêmes coefficients : c'est l'**unicité des coefficients**.

Démonstration :

Dans la formule de $S^{(k)}(x)$, on fait $x = 0$. Seul le terme d'indice $n = k$ subsiste, et il vaut $k! a_k$. Pour l'unicité, la différence des deux séries est de somme nulle sur $] -r, r[$. Ses dérivées en 0 sont donc toutes nulles, donc ses coefficients aussi.

Méthode :

Identifier par unicité des coefficients. Pour établir une identité entre suites, on écrit une même fonction de deux façons comme somme d'une série entière, puis on identifie les coefficients. Par exemple, $(1+x)^p (1+x)^q = (1+x)^{p+q}$ donne, par produit de Cauchy, la formule de Vandermonde $\sum_{k=0}^n \binom{p}{k} \binom{q}{n-k} = \binom{p+q}{n}$. De même, une somme paire sur $] -R, R[$ a tous ses coefficients impairs nuls.

VI. Fonctions développables en série entière

1. Définition et série de Taylor

Définition :

Soit $r > 0$. Une fonction f définie sur $] -r, r[$ est **développable en série entière** (DSE) sur $] -r, r[$ s'il existe une série entière $\sum a_n x^n$ de rayon au moins r telle que $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ pour tout $x \in] -r, r[$.

D'après la partie précédente, une telle f est de classe C^∞ et $a_n = f^{(n)}(0)/n!$. Ainsi, le seul candidat possible est la **série de Taylor** de f en 0, à savoir $\sum \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$.

Attention :

Une fonction C^∞ n'est pas toujours DSE. La fonction f définie par $f(x) = e^{-1/x^2}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$ est C^∞ sur $\mathbb{R}$, et toutes ses dérivées en 0 sont nulles. Sa série de Taylor est donc nulle, alors que f ne l'est sur aucun voisinage de 0 .

Proposition :

Si f est C^∞ sur $] -r, r[$ et si le reste $f(x) - \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k$ tend vers 0 pour tout x , alors f est DSE sur $] -r, r[$. On contrôle souvent ce reste par l'inégalité de Taylor-Lagrange.

Exemple :

Pour $f = \exp$ et x réel fixé, toutes les dérivées valent $\exp$. L'inégalité de Taylor-Lagrange donne

$$\left| e^x - \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!} \right| \leq \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)!} e^{|x|} \quad [n \rightarrow +\infty] 0.$$

Par conséquent, $e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$ pour tout réel x .

2. Développements usuels

Les développements suivants se retrouvent tous à partir de l'exponentielle, de la série géométrique et de la série du binôme. Ils sont à connaître par cœur, avec leur rayon.

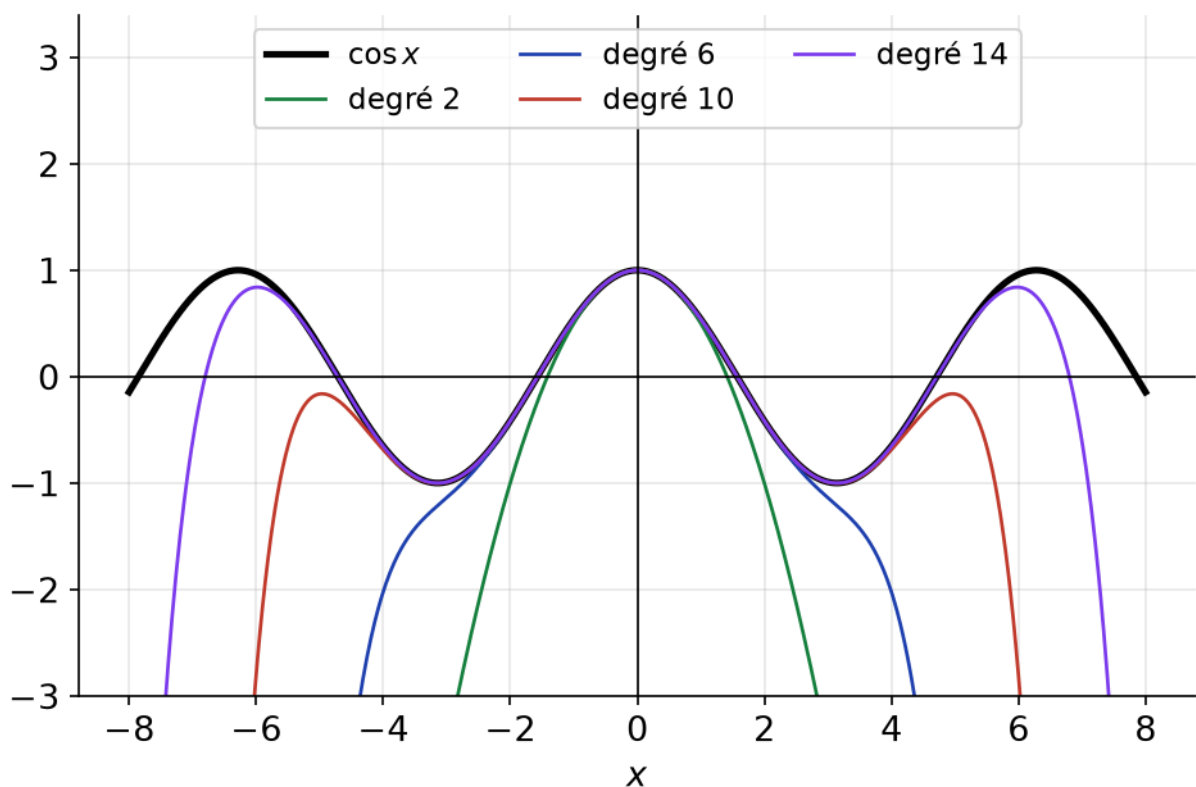
Propriété :

- $e^z = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$, $\operatorname{ch} x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$, $\operatorname{sh} x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$: rayon infini.
- $\cos x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$, $\sin x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$: rayon infini.
- $\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{+\infty} z^n$ et $\frac{1}{1+x} = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n x^n$: rayon 1.
- $\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$ et $-\ln(1-x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$: rayon 1.
- $\operatorname{Arctan} x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}$: rayon 1.
- Pour $\alpha \in \mathbb{R}$, $(1+x)^\alpha = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n$: rayon 1 si $\alpha \notin \mathbb{N}$.

Démonstration :

Démontrons le développement du binôme, qui repose sur une équation différentielle. Posons $f(x) = (1+x)^\alpha$ sur $] -1, 1[$: elle vérifie $(1+x)f' = \alpha f$ et $f(0) = 1$. Cherchons $S(x) = \sum a_n x^n$ vérifiant la même équation. En identifiant les coefficients de x^n , il vient $(n+1)a_{n+1} + na_n = \alpha a_n$, soit $a_{n+1} = \frac{\alpha-n}{n+1} a_n$. Avec $a_0 = 1$, on trouve les coefficients annoncés. Si $\alpha \notin \mathbb{N}$, ils sont non nuls et $|a_{n+1}/a_n| \rightarrow 1$, donc le rayon vaut 1 par d'Alembert. Ensuite, S et f résolvent le même problème de Cauchy linéaire sur $] -1, 1[$. Par unicité de la solution, $S = f$.

La figure ci-dessous montre la convergence des sommes partielles vers le cosinus. Le rayon étant infini, chaque intervalle borné finit par être bien approché, à condition de prendre assez de termes.



3. Méthodes de développement

Méthode :

Développer une fonction en série entière.

- **Par opérations** : combinaison linéaire, produit de Cauchy, substitution de ax ou de x^2 dans un développement usuel. On décompose d'abord une fraction rationnelle en éléments simples.
- **Par dérivation ou intégration** : si f' se développe facilement, on intègre terme à terme sans oublier la constante $f(0)$.
- **Par équation différentielle** : on trouve une équation linéaire vérifiée par f , on cherche une solution $\sum a_n x^n$, on calcule les a_n par récurrence et le rayon. Enfin, on conclut par l'unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Exemple :

Développons $f(x) = \frac{1}{(1-x)(1-2x)}$. En éléments simples, $f(x) = \frac{2}{1-2x} - \frac{1}{1-x}$. Pour $|x| < \frac{1}{2}$, les deux séries géométriques convergent. Donc

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} (2^{n+1} - 1) x^n.$$

Le rayon vaut exactement $\frac{1}{2}$, car les deux rayons $\frac{1}{2}$ et 1 sont distincts.

Ces techniques font des séries entières un outil de calcul redoutable. Elles servent ainsi à sommer des séries numériques, à résoudre des équations différentielles et, en probabilités, à manipuler les fonctions génératrices.

Ce qu'il faut retenir

- Le lemme d'Abel : si $(a_n z_0^n)$ est bornée, la série converge absolument pour $|z| < |z_0|$.
- Le rayon R sépare la convergence absolue ($|z| < R$) de la divergence grossière ($|z| > R$) ; sur le cercle, on étudie au cas par cas.
- On calcule R par comparaison (O , o , $\sim$), par d'Alembert ou en cherchant les r tels que $(a_n r^n)$ soit bornée.
- Somme et produit de Cauchy ont un rayon au moins égal au plus petit des deux rayons.
- La convergence est normale sur tout disque fermé $\overline{D}(0, r)$ avec $r < R$: la somme est continue sur le disque ouvert.
- Le théorème d'Abel radial donne la continuité en R lorsque $\sum a_n R^n$ converge ; la réciproque est fausse.
- On dérive et on intègre terme à terme sans changer le rayon ; la somme est C^∞ et $a_n = S^{(n)}(0)/n!$.
- L'unicité des coefficients permet d'identifier et d'établir des identités combinatoires.

- Les développements usuels ($\exp$, ch , sh , $\cos$, $\sin$, géométrie, $\ln$, Arctan , binôme) sont à connaître avec leurs rayons.
- Pour développer, on combine opérations, dérivation-intégration et équations différentielles linéaires.

Questions fréquentes sur séries entières

Comment trouver le rayon de convergence quand la règle de d'Alembert ne s'applique pas ?

On compare les coefficients à une suite simple : si $a_n = O(b_n)$, le rayon de la série des a_n est au moins celui des b_n , et l'équivalence donne l'égalité. On peut aussi encadrer le rayon en trouvant un point de convergence et un point de divergence de même module. Pour une série lacunaire, on applique d'Alembert à la série numérique à z fixé.

Que se passe-t-il sur le cercle de convergence ?

Le cours ne dit rien en général : la série peut converger partout, nulle part ou seulement en certains points du cercle. Il faut donc étudier la série numérique obtenue, par exemple avec le critère des séries alternées. Si elle converge en R , le théorème d'Abel radial assure que la somme tend vers cette valeur quand x tend vers R par valeurs inférieures.

Une fonction de classe C^∞ est-elle toujours développable en série entière ?

Non. La fonction égale à $\exp(-1/x^2)$ hors de 0 et à 0 en 0 est de classe C^∞ avec toutes ses dérivées nulles en 0. Sa série de Taylor est donc nulle, alors que la fonction ne l'est pas. Il faut montrer que le reste de Taylor tend vers 0, ou passer par des opérations ou une équation différentielle.

Comment développer une fonction en série entière avec une équation différentielle ?

On établit une équation différentielle linéaire vérifiée par la fonction, avec ses conditions initiales. On cherche une série entière solution, on en déduit une relation de récurrence sur les coefficients, puis on calcule le rayon. Enfin, l'unicité de la solution du problème de Cauchy montre que la fonction et la somme de la série coïncident.

Pour aller plus loin en maths spé

- Les énoncés : [exercices de maths spé sur séries entières](#)
- À maîtriser avant : [Séries de fonctions](#)
- Chapitre précédent : [Séries de fonctions](#)
- Chapitre suivant : [Fonctions vectorielles d'une variable réelle](#)
- Le même thème en L2 : [séries entières, cours de maths en L2](#)
- Tester vos connaissances : [QCM de maths spé par chapitre](#)
- Le sommaire : [tous les chapitres de maths spé](#) et les [chapitres de maths sup](#)