

Représentations paramétriques et équations cartésiennes

Exercice 1 :

Dans un repère orthonormé de l'espace, (d) et (d') sont les droites de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \begin{cases} x = 4t' \\ y = -2 - t' \\ z = 2 + t' \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad (t' \in \mathbb{R})$$

- a) Montrer que les droites (d) et (d') ne sont pas parallèles.
b) Étudier l'intersection de (d) et (d') en résolvant un système d'équations.

Exercice 2 :

(d) et (d') sont deux droites de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = -2t' \\ z = 1 - t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

Indiquer oralement les coordonnées d'un point et d'un vecteur directeur de chacune des droites (d) et (d') .

Exercice 3 :

(d) est la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -t + 1 \\ y = 5 + 3t \\ z = -2 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Déterminer mentalement les coordonnées de quatre points de la droite (d) .

Exercice 4 :

On donne les points :

$$A(1;2;1) \text{ et } B(4;5;-2)$$

Parmi ces systèmes, une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

$$(1) \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$(2) \begin{cases} x = 3 + t' \\ y = 3 + 2t' \\ z = -3 + t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

$$(3) \begin{cases} x = 4 + 3m \\ y = 5 + 3m \\ z = -2 - 3m \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R})$$

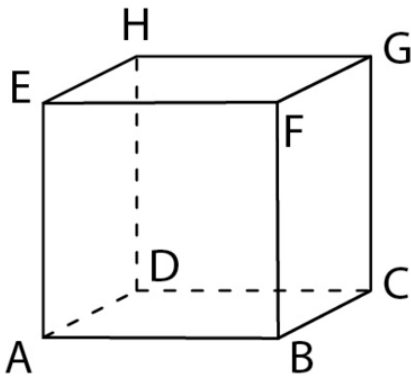
$$(4) \begin{cases} x = 4 - k \\ y = 5 - k \\ z = -2 + k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$$

Exercice 5 :

ABCDEFGH est le cube représenté ci-dessous.

a) Déterminer les coordonnées de chacun des sommets dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

b) Déterminer une représentation paramétrique de chacune des droites (AG) et (BH).



Exercice 6 :

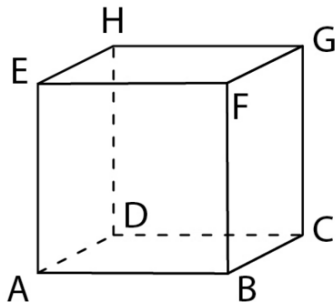
ABCDEFGH est le cube représenté ci-contre.

Pour chacun des plans ci-dessous, indiquer oralement deux vecteurs normaux.

a) (ABC)

b) (BCF)

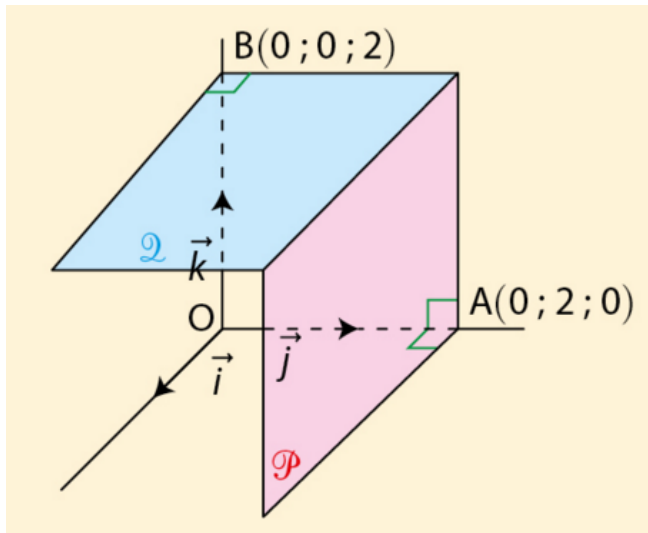
c) (ADF)



Exercice 7 :

Déterminer une équation cartésienne du plan :

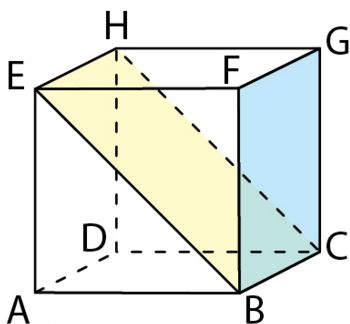
- (P) coloré en rouge passant par le point A et orthogonal à l'axe des ordonnées ;
- (ρ) coloré en bleu passant par le point B et orthogonal à l'axe des côtes.



Exercice 8 :

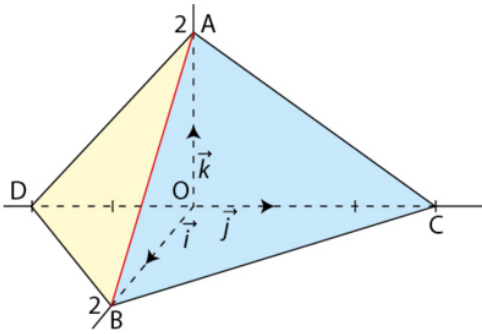
On se place dans le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

- Déterminer les coordonnées d'un vecteur normal au plan (BCF), puis au plan (BCE).
- Déterminer une équation cartésienne du plan (BCF), puis du plan (BCE).



Exercice 9 :

On a placé quatre points A, B, C, D dans le repère orthonormé ci-dessous.



- Lire les coordonnées des points A, B, C, D.
- Démontrer que le vecteur $\vec{n}(3; 2; 3)$ est normal au plan (ABC) ; puis que le vecteur $\vec{m}(1; -1; 1)$ est normal au plan (ABD).
- Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC), puis du plan (ABD).
- Alix affirme « Le point $E(-10; -15; -3)$ appartient à l'un des deux plans ».

A-t-elle raison ?

Exercice 10 :

$\boxed{\times}$ et (d') sont les droites de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = t' \\ z = -2 + 3t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

Déterminer mentalement lequel de ces systèmes on est amené à résoudre pour déterminer l'intersection de $\boxed{\times}$ et (d') .

$$(1) \begin{cases} t + t' = 2 \\ t - t' = 1 \\ t + 3t' = -5 \end{cases} \quad \text{et} \quad (2) \begin{cases} t + t' = 2 \\ t - t' = -1 \\ t + 3t' = 5 \end{cases}$$

Exercice 11 :

Voici les représentations paramétriques respectives de deux droites $\boxed{\times}$ et (d') sécantes. Déterminer leur point d'intersection.

$$\begin{cases} x=1-t \\ y=2t \\ z=4 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{et} \quad \begin{cases} x=2+t' \\ y=-2-2t' \\ z=t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

Exercice 12 :

$\boxed{\times}$ et (d') sont les droites de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x=5-t \\ y=2+t \\ z=1-3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{et} \quad \begin{cases} x=t' \\ y=2-2t' \\ z=1+t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

- a) Démontrer que $\boxed{\times}$ et (d') ne sont pas parallèles.
 b) Démontrer que $\boxed{\times}$ et (d') ne sont pas coplanaires en résolvant un système d'équations.

Exercice 13 :

a et b désignent des nombres réels.

On donne les points $A(1; 1; a)$, $B(3; a; b)$, $C(-3; b; 2a + 1)$.

On se propose de déterminer a et b afin que les points A, B, C soient alignés.

- a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
 b) Montrer que les points A, B, C sont alignés si, et seulement si,

$$\begin{cases} b-1 = -2(a+1) \\ a+1 = -2(b-a) \end{cases}.$$

- c) Résoudre ce système et conclure en donnant les coordonnées de A, B, C.

Exercice 14 :

(P) est un plan d'équation cartésienne :

$$ax + by + z + d = 0 \quad (\text{avec } a \text{ et } b \text{ nombres réels}).$$

Existe-t-il des nombres a et b tels que les points $A(3;1;2); B(-1;2;0); C(0;0;-4)$ appartiennent au plan (P) .

Exercice 15 :

(P) est le plan d'équation cartésienne :

$$2x + y - z + 3 = 0.$$

A est le point de coordonnées $(2; 0; -1)$.

- a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par A et perpendiculaire au plan

(P) .

b) En déduire les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur le plan (P) .