*Optional*

# Probabilités

## Exercice 2 :

**Restitution organisée de connaissance**

Pour $n$ et $p$ entiers naturels quelconques avec $p \leq n$, on a:

$$\begin{aligned}\binom{n-1}{p-1}+\binom{n-1}{p} &= \frac{(n-1)!}{(p-1)!(n-1-(p-1))!}+\frac{(n-1)!}{p!(n-1-p)!}\\ &= \frac{p(n-1)!}{p!(n-p)!}+\frac{(n-p)(n-1)!}{p!(n-p)!}\\ &= \frac{(n-1)!(p+n-p)}{p!(n-p)!}\\ &= \frac{n!}{p!(n-p)!}\\ &= \binom{n}{p}\end{aligned}$$

**Partie II**

1. (a) Les jetons sont indiscernables au toucher donc on peut légitimement supposer qu'on se trouve dans une situation d'équiprobabilité.
Il y a $\binom{10}{2}$ manières de choisir 2 jetons parmi 10 et il y a $\binom{7}{2}$ manières de choisir 2 jetons blancs parmi les 7 jetons blancs. Donc
$$p(A)=\frac{\binom{7}{2}}{\binom{10}{2}}=\frac{7}{15}$$

(b) De même, 6 jetons portent des numéros impairs donc $p(B)=\frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}}=\frac{1}{3}$.

(c) De même, 4 jetons blancs portent des numéros impairs donc $p(A\cap B)=\frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}}=\frac{2}{15}$.

Ainsi, $p(A)\times p(B)=\frac{7}{15}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{45}$ alors que $p(A\cap B)=\frac{2}{15}=\frac{6}{45}$ donc $p(A)\times p(B)\neq p(A\cap B)$.
Donc les évènements $A$ et $B$ ne sont pas indépendants.

2. (a) La variable aléatoire $X$ peut valoir 0, 1 ou 2.
$p(X=0)=\frac{\binom{7}{0}\times\binom{3}{2}}{\binom{10}{2}}=\frac{1}{15}$ ,
$p(X=1)=\frac{\binom{7}{1}\times\binom{3}{1}}{\binom{10}{2}}=\frac{7}{15}$ ,
$p(X=2)=\frac{\binom{7}{2}\times\binom{3}{0}}{\binom{10}{2}}=\frac{7}{15}$ . D'où :

| $k$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $p(X=k)$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{7}{15}$ | $\frac{7}{15}$ |

(b) $E(X)=0\times\frac{1}{15}+1\times\frac{7}{15}+2\times\frac{7}{15}=\frac{7}{5}$ : $E(X)=\frac{7}{5}$

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

## Exercice 3 :

**Commun à tous les candidats**

*Les justifications n'étaient pas demandées, elles sont données ici à titre purement pédagogique.*

1. On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes.
Dans un tel jeu, il y a 8 piques et 4 as, dont l'as de pique, le nombre de cartes qui ne sont ni des as ni des piques est donc $32-(8+4-1)=21$. Comme il y a équiprobabilité sur les 32 cartes, la probabilité de n'obtenir ni un as, ni un pique, est donc égale à :
$$\frac{21}{32}$$ Réponse **B**

2. On tire au hasard et simultanément deux cartes d'un jeu de 32 cartes.
Il y a cette fois-ci équiprobabilité sur les $\binom{32}{2}$ façons de tirer simultanément 2 cartes parmi 32. La probabilité de n'obtenir ni un as, ni un pique, est donc égale à :
$$\frac{\binom{21}{2}}{\binom{32}{2}}=\frac{\frac{21\times 20}{2\times 1}}{\frac{32\times 31}{2\times 1}}=\frac{105}{248}$$ Réponses **A** et **B**

3. La durée d'attente à un guichet de service, exprimée en heure, suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0;1]$.
La probabilité que la durée d'attente d'une personne prise au hasard soit comprise entre 15 min (soit $\frac{1}{4}$ h) et 20 min (soit $\frac{1}{3}$ h) est, d'après le cours :
$$\frac{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}{1-0}=\frac{1}{12}$$ Réponse **C**

4. On considère 10 appareils identiques, de même garantie, fonctionnant indépendamment les uns des autres. La probabilité pour chaque appareil de tomber en panne durant la période de garantie est égale à 0,15. On est donc dans le cadre d'un schéma de Bernoulli. Notons $X$ le nombre d'appareils tombant en panne durant la période de garantie. Alors $X$ suit la loi binomiale $\mathscr{B}(10\ ;\ 0{,}15)$.
La probabilité pour qu'exactement 9 appareils soient en parfait état de marche à l'issue de la période de garantie est donc égale à celle qu'il y ait exactement 1 appareil en panne, soit :
$$p(X=1)=\binom{10}{1}0{,}15^1\times 0{,}85^9=10\times 0{,}15\times 0{,}85^9\simeq 0{,}35 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

Réponses **A** et **D**.