

Probabilités

Exercice n° 1 :

un. On effectue 50 lancers de deux pièces, ce qui donne 100 résultats possibles. On peut noter chacun de ces résultats sous la forme (P, P) pour deux piles, (F, F) pour deux faces et (P, F) ou (F, P) pour une fois pile et une fois face.

En réalisant ces 50 lancers, on obtient un échantillon de 100 événements. En comptant le nombre d'occurrences de chaque événement, on obtient les fréquences suivantes :

- Fréquence de A (deux piles) : $15/100 = 0,15$
- Fréquence de B (deux faces) : $11/100 = 0,11$
- Fréquence de C (une pile et une face) : $74/100 = 0,74$

b. En réalisant une nouvelle série de 50 lancers, on obtient un nouvel échantillon de 100 événements. En recomptant le nombre d'occurrences de chaque événement, on obtient de nouvelles fréquences. Celles-ci peuvent être différentes des fréquences de la série précédente, car le résultat de chaque lancement est aléatoire.

Exercice n° 2 :

Une façon de simuler le tirage au sort de 20 élèves parmi 832 élèves d'un lycée est de procéder comme suit : attribuer un numéro à chaque élève, de 1 à 832, puis tirer au sort 20 numéros au hasard à l'aide d'un logiciel ou d'une table de nombres aléatoires. Les élèves dont les numéros sont tirés seront alors sélectionnés pour faire partie de l'échantillon de 20 élèves.

Exercice n° 3 :

1. Pour simuler la composition d'une famille obéissant à cette politique, on peut procéder comme suit :

- On tire au hasard le sexe du premier enfant.
- Pour chaque enfant suivant, on tire au hasard le sexe, jusqu'à obtenir un enfant du sexe opposé à celui du premier enfant.

On peut arrêter la simulation après un nombre maximum d'enfants fixé (par exemple 10) pour éviter des boucles infinies.

2.

un. En réalisant 100 simulations de cette façon, on obtient 100 nombres d'enfants pour les 100 familles simulées. A noter ces nombres $n_1, n_2, \dots, n_{100}$.

b. Pour calculer le nombre moyen d'enfants par famille dans cet échantillon de 100 simulations, on calcule simplement la moyenne des nombres d'enfants obtenus :

$$n = (n_1 + n_2 + \dots + n_{100})/100$$

Ce nombre dépend de la politique de l'État en matière de nombre d'enfants recommandé par la famille. S'il est possible d'avoir plus de deux enfants, le nombre moyen sera plus élevé que s'il n'est pas recommandé d'avoir plus de deux enfants.

Exercice n° 4 :

un. Pour réaliser des simulations de cette expérience, on lance un dé équilibré jusqu'à obtenir les six chiffres (1, 2, 3, 4, 5 et 6). On peut enregistrer le nombre de lanceurs nécessaires à chaque simulation. En réalisant un grand nombre de simulations, on peut une estimation de la distribution du nombre de lancers nécessaires pour obtenir les six chiffres.

b. Pour estimer le nombre moyen de lanceurs nécessaires pour obtenir les six chiffres, on calcule la moyenne des nombres de lanceurs obtenus lors des simulations réalisées dans la question précédente.

Exercice n° 5 :

Pour les 100 premiers chiffres de l'écriture décimale de Pi, on souhaite déterminer la probabilité de sélectionner chaque chiffre de 0 à 3 lorsqu'on prend au hasard un parmi les 30 premiers chiffres.

un. Pour déterminer la probabilité que ce soit un 0, sur le compte combien de fois le chiffre 0 apparaît parmi les 30 premiers chiffres de Pi. On divise ensuite ce nombre par 30 pour obtenir la probabilité.

b. On procède de la même manière pour déterminer la probabilité que ce soit un 1.

c. On procède de la même manière pour déterminer la probabilité que ce soit un 2.

d. On procède de la même manière pour déterminer la probabilité que ce soit un 3.

Exercice n° 6 :

On reprend les questions 1a et 1b mais cette fois avec :

un. Les 50 premiers chiffres de Pi. On compte combien de fois chaque chiffre apparaît parmi les 50 premiers chiffres, puis on divise par 50 pour obtenir la probabilité.

b. Les 100 premiers chiffres de Pi. Même procédure, en comptant combien de fois chaque chiffre apparaît

parmi les 100 premiers chiffres et en divisant par 100.

Dans une loterie avec une roue divisée en secteurs identiques, on veut déterminer les probabilités de différents événements :

1) La probabilité de ne rien gagner est donnée par le nombre de secteurs qui ne font rien gagner, divisé par le nombre total de secteurs.

2) La probabilité de gagner au moins 50€ est donnée par le nombre de secteurs qui font gagner 50€, 100€ ou plus, répartis par le nombre total de secteurs. On additionne donc les probabilités d'obtenir ces différents gains et on divise par le nombre total de secteurs.