Logarithmes

• Exprimer en fonction de ln 2 et ln 3 :
$ln\ 72\ ;\ ln\frac{1}{8}\ ;\ \frac{1}{8}ln\ 256$.
• Exprimer en fonction de ln 2 et ln 5 :
$ln\ 250\ ;\ ln200\ ;\ ln1{,}25\ ;ln\ 10^{-4}$.

Exercice 2

Simplifier les expressions suivantes :
$a=$

Exercice 3

Soit n un entier naturel non nul et a un nombre réel strictement positif.
Calculer la somme :
$S=$

Exercice 4

Etudier les limites suivantes :
a. $\lim\limits_{x\to+\infty} ln(1+x^2)$.
b. $\lim\limits_{x\to+\infty} ln(1+\frac{1}{x^2})$.
c. $\lim\limits_{x\to-3} ln(3-2x-x^2)$.
d. $\lim\limits_{x\to-1} ln(\frac{2x+3}{x+1})$.
d. $\lim\limits_{x\to+\infty} ln(\frac{2x+3}{x+1})$.
e. $\lim\limits_{x\to0} ln(cosx)$.
f. $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{xlnx}{x+1}$.

Exercice 5 : recherche d'asymptotes.

Indiquer l'ensemble de définition de la fonction f, puis étudier les limites aux bornes de cet ensemble.
Préciser les asymptotes à la courbe représentant f.
$f(x)=\frac{3lnx+1}{x}$.

Exercice 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$. chacune des équations suivantes :
a. $lnx=$
b. $ln\frac{1}{x}=3$.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

c. $ln x^3 = 27$.
d. $ln(2x+1) = ln(-2x-3)$.
e. $(ln x)^2 - 2ln x - 3 = 0$.

Exercice 7

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x+y=2 \\ ln x - ln y = ln 3 \end{cases}.$$

Exercice 8

Déterminer la fonction dérivée de la fonction f sur l'ensemble D .

a. $f(x) = ln(-x)$ $D =]-\infty ; 0[$.
b. $f(x) = ln(\sqrt{x})$ $D =]0 ; +\infty [$.
c. $f(x) = ln(\frac{x+1}{x-1})$ $D =]-\infty ; -1[$.

Exercice 9 - Equation du troisième degré dans le corps des complexes

On considère dans l'ensemble des complexes le polynôme :

$P(z) = z^3 + (2i-5)z^2 + 7(1-i)z - 2 + 6i$

1- Sachant que a étant un réel, on a P(a) = 0. Déterminez a.

2- Trouvez toutes les solutions de P(z) =0. En déduire une factorisation de P(z).

Exercice 10 - Inéquations

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $ln x > 2$
2. $2ln x - 1 < 5$
3. $ln(2x-1) - ln(2x+1) \leq ln(x+2)$

Exercice 11 - Equations et logarithmes népériens

Exercice 12 - Résoudre des équations logarithmiques

1. $ln x = 3$
2. $ln(3x) = 0$
3. $ln(2x-1) = 3$
4. $ln(\frac{1}{x-1}) = 1$
5. $ln(x^2) = 4$

Exercice 13 - Simplifier des logarithmes népériens

Simplifier :

$a = ln(e^5)$
$b = ln(e^2\sqrt{e})$
$c = ln(\frac{\sqrt{e}}{4})$
$d = ln(\frac{1}{e^2})^3$
$e = \frac{1}{3}lne^{27}$

Exercice 14 - Exprimer en fonction de ln 2 et ln 3

$a = ln18$
$b = ln\frac{1}{8}$
$c = ln(\frac{\sqrt{3}}{2})$
$d = ln(2e^3)$
$e = 4ln(\sqrt{6}) - 6ln(12)$

Exercice 15 -Logarithme népérien (ln)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

- $ln(3-5x) = 0$
- $2ln(x-4) = lnx - 2ln2$
- $ln(x+4) + ln(x+1) = ln6$
- $ln(|x+4|) + ln(|x+1|) = ln6$
- $ln^3x + 2ln^2x - lnx - 2 = 0$
- $ln(\frac{2x-3}{5x+1}) < 0$
- $lnx - \frac{1}{lnx} < \frac{3}{2}$

Exercice 16 -Prise d'initiative et nombres complexes

Lequel de ces deux nombres est le plus grand ?
e^{π} ou π^e.

Indication :

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

On peut faire une conjecture à la calculatrice mais on donnera une vraie démonstration.

Exercice 17 -Signe d'une fonction

soit g définie sur]0;+infini[par g(x)= $2x^2+1-\ln(x)$
quel est le signe de g pour x>0?.

Exercice 18 -Dérivée

Soit g la fonction définie sur]0;+ ∞ [par: $g(x) = 1-x^2- \ln(x)$
1.calculer la dérivée de la fonction g et étudier son signe. En déduire les variations de la fonction g
2. Calculer g(1). En déduire le signe de g(x) pour x appartenant à l'intervalle]0;+ $+\infty$ [.

Exercice 19 -Logarithme népérien et simplifications

1) simplifier $\frac{lne}{lne^2-ln(\frac{1}{e})}$
2) Déterminer le plus petit entier n tel que $1{,}05^n \geq 1{,}5$
3) Chaque année, la population d'une ville diminue de 3%. Au bout de combien d'année, la population de cette ville aura-t-elle diminué de plus de 30%.

Exercice 20 - Bac et logarithmes

Partie A :
Soit g la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$ par $g(x)=x-xlnx$.
1.Déterminer les limites de la fonction g en 0 et $+\infty$.
2.Montrer que g est dérivable sur l'intervalle $]0;+\infty[$ et que $g'(x)=-lnx$.
3.Dresser le tableau de variations de la fonction g.
Partie B :
soit (u_n) la suite définie pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ par $u_n=\frac{e^n}{n^n}$.
1.Conjecturer, à l'aide de la calculatrice ;
a. le sens de variation de la suite (u_n) ;
b. la limite éventuelle de la suite (u_n).
2.Soit (v_n) la suite définie pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ par $v_n=ln(u_n)$.
a. Montrer que $v_n=n-nln(n)$.
b. En utilisant la partie A, déterminer le sens de variation de la suite (v_n) .
3.Montrer que la suite (u_n) est bornée.
4.Montrer que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 21 - comparaison entre x^2 et 2^x

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=ln(2^x)-ln(x^2)$.
1. Démontrer que $f(x)=xln2-2lnx$.
2. Calculer f(2) et f(4).
3. Calculer la dérivée f ' de f.

En déduire les variations de f.
4. A l'aide des questions 2 et 3, préciser le signe de f.
5. Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels on a $2^n\geq n^2$.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.