Optional

Limite de fonctions

Exercice 1 :

1. On a
$$\left[\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+x-1}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty}x=+\infty.\right]$$

2. On a
$$\left[\lim_{x\to+\infty}\frac{x+100}{x^2+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x(1+\frac{100}{x})}{x(x+\frac{1}{x})}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0.\right]$$

3. On a
$$\left[\lim_{x\to+\infty}(\frac{x^3}{x^2+x+1}-x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-x^3-x^2-x}{x^2+x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2}{x^2(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2})}=-1.\right]$$

4. On a
$$\left[\lim_{x\to+\infty}(\frac{x^3}{2x^2-1}-\frac{x^2}{x+1})=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-x^3+x^2+x}{(2x^2-1)(x+1)}=0.\right]$$

5. On a
$$\lim_{x\to+\infty}(\frac{3x^2}{2x+1}-\frac{(2x-1)(3x^2+x+2)}{4x^2})=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^2(2x-1)-(3x^2+x+2)(2x-1)}{4x^2(2x+1)}$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{(3x^2-2x-1)(2x-1)}{4x^2(2x+1)}$$
$$=\frac{3}{8}.$$

6. On a
$$\left[\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+5}}{x-4}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{\frac{x+5}{x^2}}}{1-\frac{4}{x}}=0.\right]$$

7. On a
$$\left[\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x-1}+2x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2+x-1)-(2x)^2}{\sqrt{x^2+x-1}-2x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-3x^2-x+1}{\sqrt{x^2+x-1}-2x}=-\sqrt{13}.\right]$$

8. On a
$$\left[\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x-1}+x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(x^2+x-1)-x^2}{\sqrt{x^2+x-1}-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+x-1}+x}=1.\right]$$

9. On a

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

$$\left[\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{x^2+3}) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2+2x-x^2-3}{\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2+3}} = -1.\right]$$

Exercice 2 :

Par la règle de composition des limites, on a :

$$\left[\lim_{t \to 0} \frac{\sin(nt)}{t} = n \times \lim_{t \to 0} \frac{\sin(nt)}{nt}.\right]$$

Or, on a $\lim_{t \to 0} \frac{\sin(nt)}{nt} = \lim_{u \to 0} \frac{\sin u}{u}$ avec $u = nt$, donc cette limite est égale à 1.

Finalement, on a :

$$\left[\lim_{t \to 0} \frac{\sin(nt)}{t} = n \cdot \lim_{t \to 0} \frac{\sin(nt)}{nt} = n \cdot 1 = n.\right]$$

Ainsi, la limite cherchée est n.