Les triangles et son cercle circonscrit et l'inégalité triangulaire

I. Inégalité triangulaire.

1. Distance entre trois points.

Propriété :

On considère trois points A,B et C. Si le point B n'appartient pas au segment [AC], alors on l'inégalité $AC < AB + BC$.

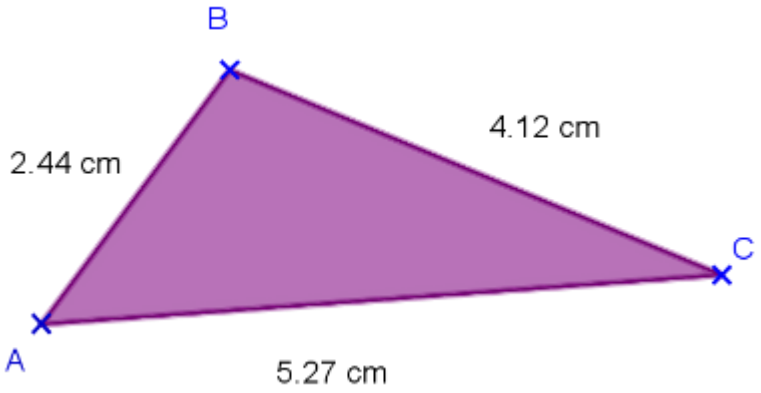
EXEMPLE :

Dans la figure ci-dessous, le point B n'appartient pas au segment [AC].

On a l'égalité $AC < AB + BC$.

$AB + BC = 2,44 + 4,12 = 6,56\,cm$ et $AC = 5,27\,cm$

on a bien $5,27 < 6,56$.



Propriété :

On considère trois points A, B et C.

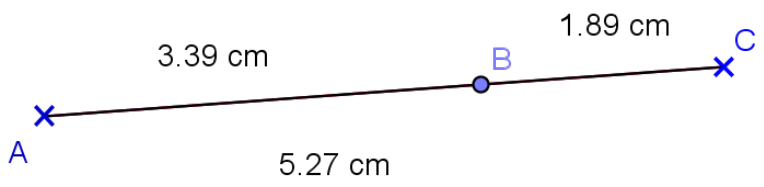
Si le point B appartient au segment [AC] alors on a l'égalité $AC = AB + BC$.

EXEMPLE :

Dans la figure ci-dessous, le point B appartient au segment [AC].

Nous avons l'égalité $AC = AB + BC$.

$AB + BC = 3,39 + 1,89 = 5,27 = AC$



2. Inégalité triangulaire.

Propriété :

Si A,B et C désignent trois points quelconques alors on a l'inégalité $AB \leq AC + CB$.

Pour les triangles, on a alors la conséquence suivante :

Propriété :

Dans un triangle (non aplati), la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

REMARQUE :

La distance la plus courte est toujours la ligne droite.

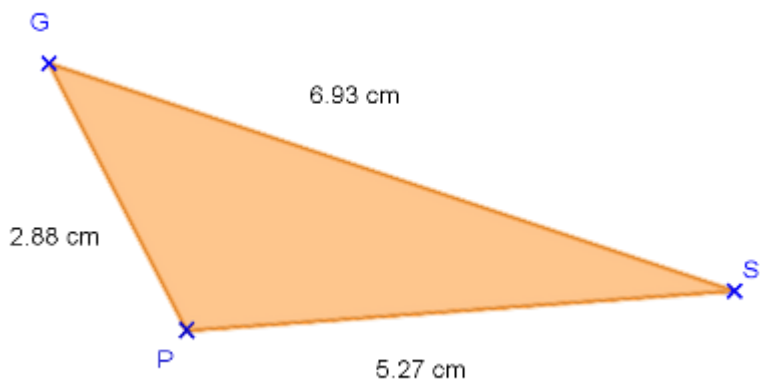
EXEMPLE :

Dans le triangle PSG ci-dessous, on a les trois inégalités :

$PS < PG + SG$

$PG < GS + GP$

$SG < SP + GP$



II. Construire un triangle.

1. Construire un triangle avec une règle et un compas.

Propriété :

Trois longueurs étant données, si la plus grande longueur est inférieure ou égale à la somme des deux autres, alors on peut construire un triangle dont les côtés mesurent ces trois longueurs.

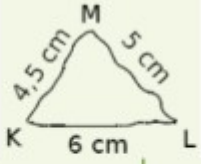
Dans le cas contraire, le triangle n'est pas constructible.

MÉTHODE :

1. On compare la plus grande longueur et la somme des deux autres longueurs (application de l'inégalité triangulaire);
2. On interprète la comparaison;
3. On conclut;
4. On construit le triangle.

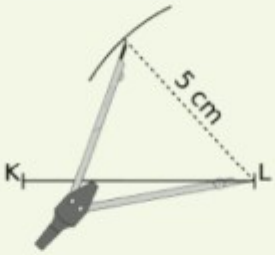
Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

Exemple : Construis un triangle KLM tel que KL = 6 cm ; LM = 5 cm et KM = 4,5 cm.

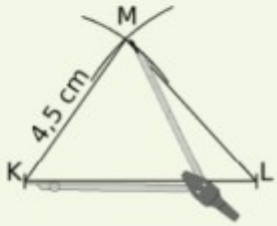


On trace une figure à **main levée**.

On trace un segment [KL] de longueur 6 cm.



Le point M est à 5 cm du point L : il appartient au cercle de centre L et de rayon 5 cm.

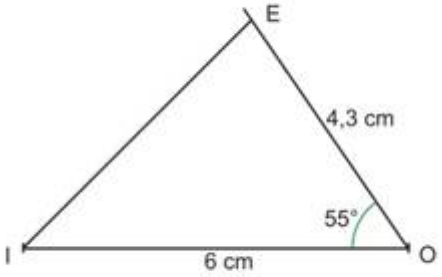


Le point M est à 4,5 cm du point K : il appartient au cercle de centre K et de rayon 4,5 cm.

2.Construire un triangle avec une règle et un rapporteur.

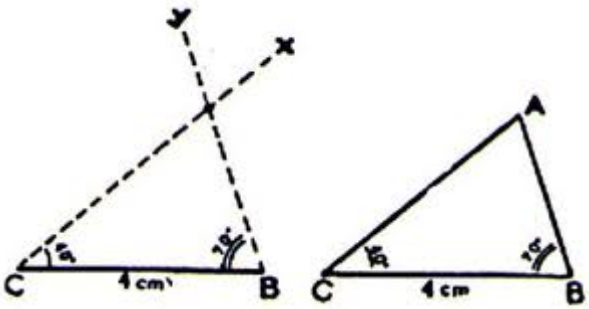
MÉTHODE :

Pour construire un triangle connaissant deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés.



MÉTHODE :

Pour construire un triangle connaissant un côté et les deux angles adjacents à ce côté.

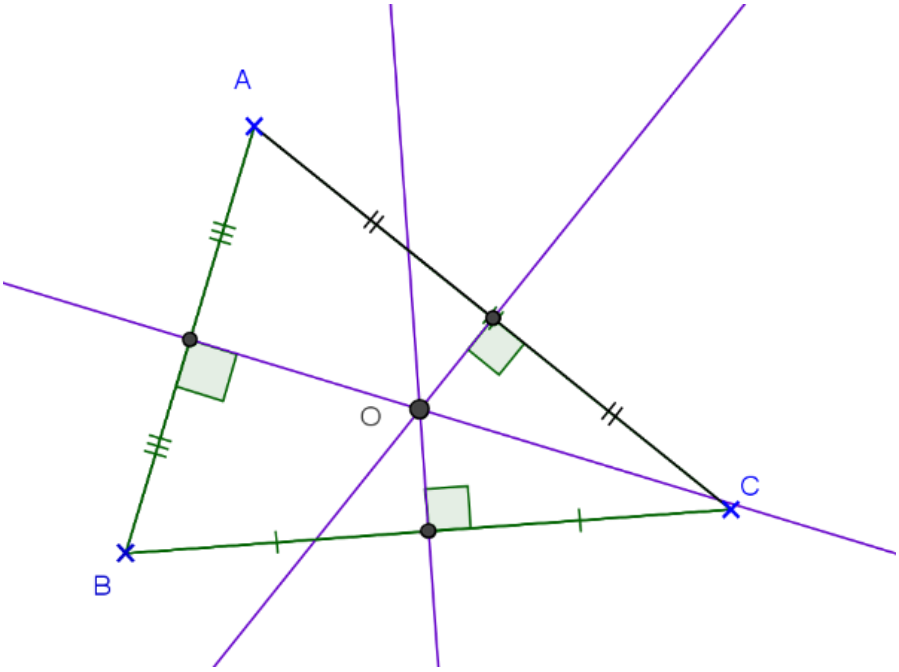


III. Cercle circonscrit à un triangle.

1. Médiatrices d'un triangle.

Propriété :

Les trois médiatrices des côtés d'un triangle (non aplati) sont concourantes.



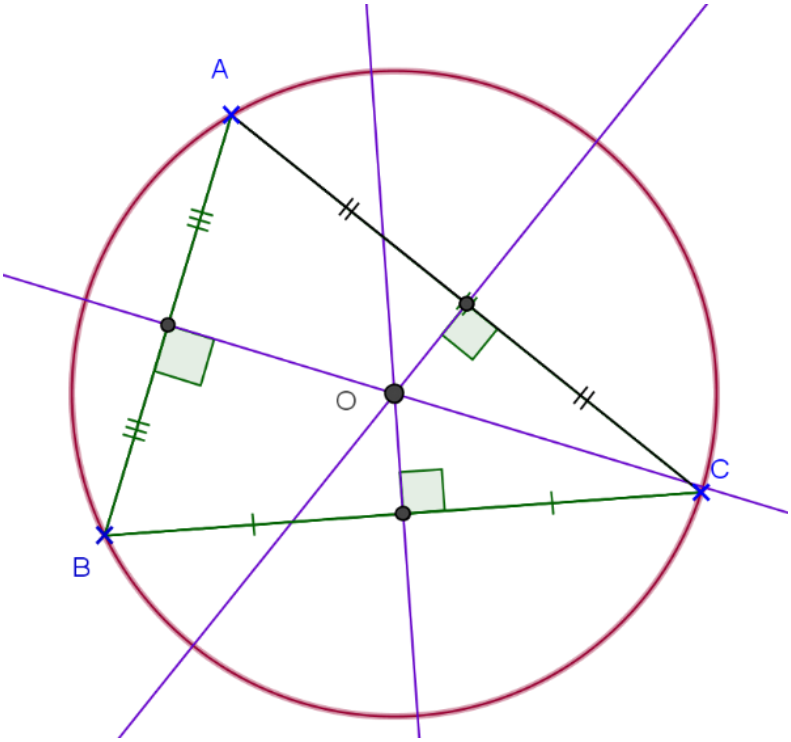
2. Cercle circonscrit à un triangle.

Définition et propriété :

Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par les trois sommets du triangle.

Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point de concours des médiatrices des côtés de ce triangle.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.


A
O
C
B