Les statistiques

I. Le vocabulaire des statistiques.

Introduction :

Les statistiques sont un domaine des mathématiques au développement assez récent mais dont les applications sont nombreuses et variées : leur but est de déduire des lois et des comportements généraux (de façon la plus fiable possible) à partir de l'étude d'un nombre limité d'exemples (un échantillon).

On les rencontre bien sûr dans l'étude des comportements humains (sondages, ...) et économiques, mais aussi dans l'industrie (fiabilité d'une machine, ...), en biologie ...

Une étude statistique comporte généralement quatre étapes :

- le recueil des données : sondages, recensements, enquêtes, mesures ...
- la présentation des résultats : tableaux, graphiques ...
- le calcul de paramètres statistiques : moyenne, médiane ...
- l'exploitation des données : savoir tirer des conclusions des calculs précédents.

Les statistiques fonctionnent avec un vocabulaire spécifique, que nous allons étudier avec l'exemple ci-après :

On interroge 1 000 personnes à la sortie d'un supermarché. Voici les quatre questions posées et les réponses obtenues :

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

Question 1 : Venez-vous régulièrement dans ce magasin ?

OUI	NON
912	88

Question 2 : Combien de temps venez-vous d'y passer ?

Temps (en mn)	moins de 15	de 15 à 30	de 30 à 45	de 45 à 60	plus de 60
nb de personnes	62	363	465	87	23

Question 3 : Etes-vous satisfait du choix qui vous est offert ?

très satisfait	satisfait	moyennement satisfait	peu satisfait
418	250	276	56

Question 4 : Combien de fois par semaine venez-vous habituellement ? (en moyenne)

nb de fois	0	1	2	3	4	5
nb de réponses	88	253	287	241	98	33

Définitions :

Une étude statistique s'effectue sur un ensemble appelé population, dont les éléments sont des individus et consiste à observer, étudier un aspect sur chaque individu, nommé caractère. Il en existe deux types :

• Les caractères qualitatifs (client régulier de la question 1, satisfaction de la question 3, ...)

Dans l'étude de la satisfaction de la question 3, *Très Satisfait, Satisfait*, ... sont les modalités du caractère.

• Les caractères quantitatifs que l'on peut mesurer.

Exemples :

- Le nombre de venue dans le magasin par semaine est un caractère quantitatif discret : il ne peut prendre que des valeurs isolées 0, 1, 2, 3 ...

- Le temps passé dans le magasin est un caractère quantitatif continu : il peut prendre toutes les valeurs de l'intervalle [0;+ ∞ [, les valeurs sont alors regroupées en classes ([0;15[, [15;30[...)

II. Compréhension des données.

Dans l'exemple précédent :

1) Combien de personnes viennent régulièrement au magasin ?

2) Combien de personnes au total sont interrogées ?

3) Combien sont satisfaits du magasin ?

4) Combien de personnes y sont restées entre 15 et 30 mn ?

5) Combien de personnes y sont restées moins de 30 mn ?

6) Combien de personnes y sont restées plus de 30 mn ?

7) Combien de personnes y sont restées entre 15 et 45 mn ?

8) Combien de personnes y sont restées au plus 15 mn ?

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

9) Combien de personnes y sont restées au moins 15 mn ?

10) Combien de personnes viennent en moyenne 2 fois par semaine ?

11) Combien de personnes viennent en moyenne plus de 2 fois ?

12) Combien de personnes viennent en moyenne au plus 2 fois ?

13) Comment expliquer le 88 de la question 4 ? Où le retrouve-t-on ?

III) Représentations graphiques

1) Le diagramme en bâtons

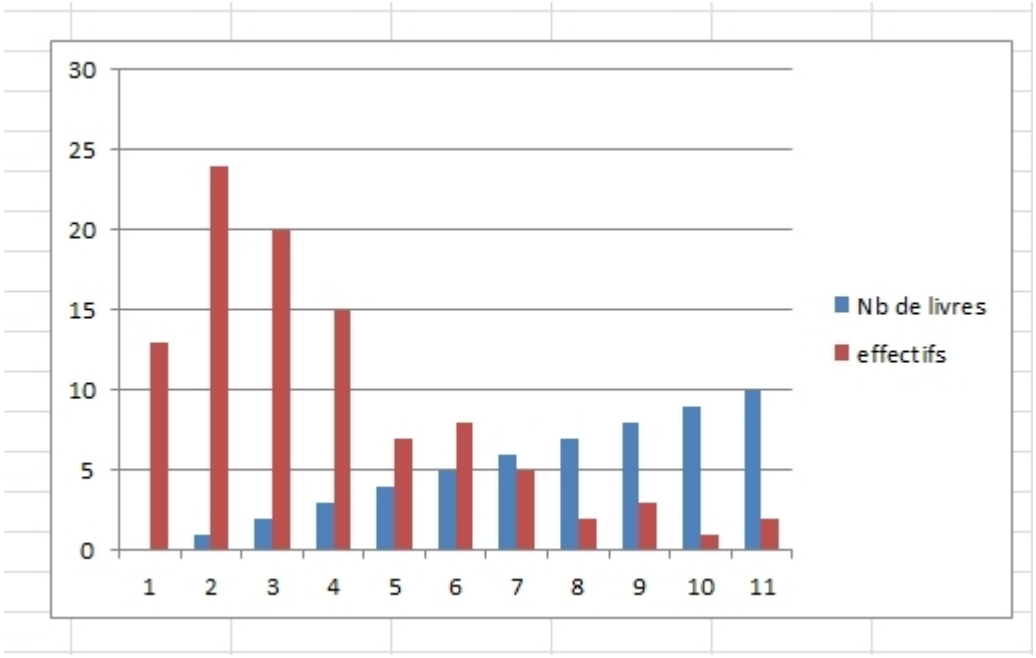
Utilisation :

> Ce diagramme sert à représenter un caractère qualitatif ou un caractère quantitatif discret.

Exemple :

Nombre de livres lus par an sur une population de 100 personnes :

Nb de livres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
effectifs	13	24	20	15	7	8	5	2	3	1	2



Remarque :

On joint parfois les sommets de deux bâtons consécutifs par un segment de droite.

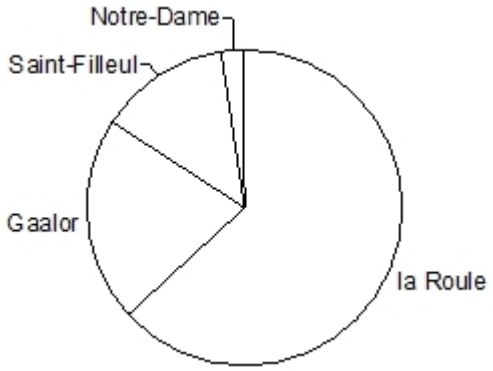
On obtient ainsi le polygone des effectifs.

2) Le diagramme circulaire

Au XIXè siècle, Rouen possédait 4 sources pour l'approvisionnement en eau potable : La Roule (Darnétal),

Gaalor (Nord de la Porte Bouvreuil), Saint-Filleul (Ouest de Rouen), Notre-Dame (voisine de Gaalor). Voici la

Répartition du volume d'eau journalier de ces sources :



a) Sachant que les différents volumes d'eau sont, par ordre croissant : 2, 14, 21, 63, attribuer à chaque secteur la

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

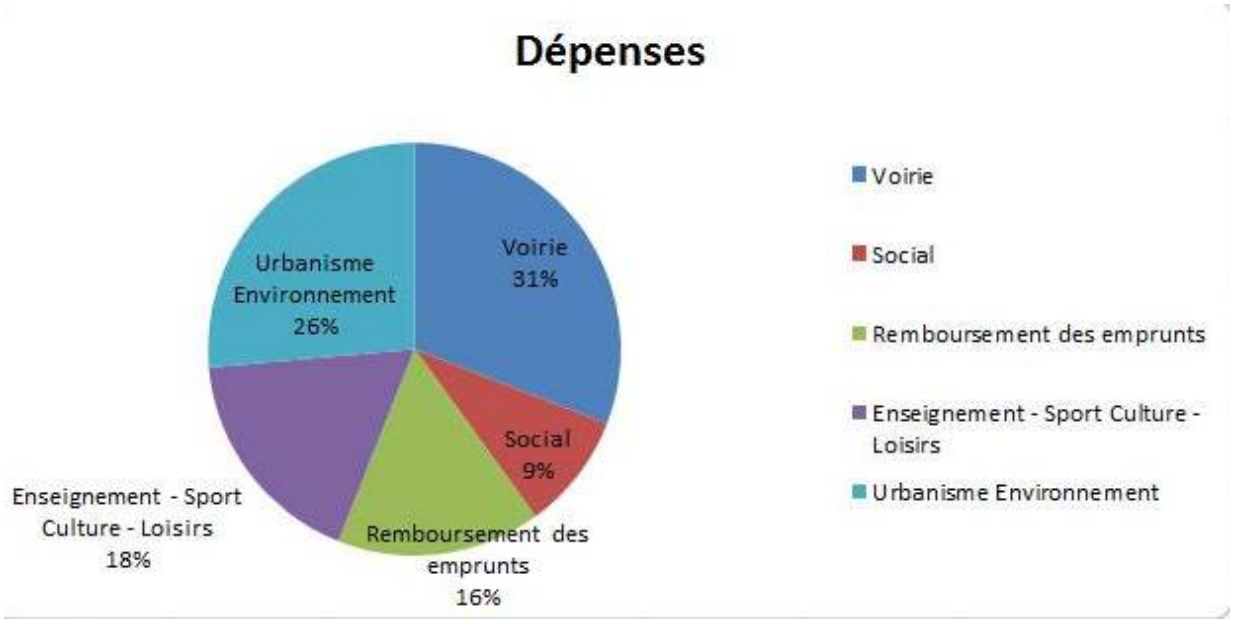
valeur correspondante (sur 100 %).

b) On sait que le volume total est de 1 900 m^3 par jour.

Expliquer pourquoi et comment on peut en déduire les volumes d'eau des autres sources et donner deux manières d’en déduire le total du volume d'eau de la ville de Rouen.

Voici les dépenses d’investissement d'une commune :

Poste	Voirie	Social	Remboursement des emprunts	Enseignement - Sport Culture - Loisirs	Urbanisme Environnement
Dépenses	9 592 836	2 838 411	4 962 561	5 456 333	8 204 686



3) Regroupement en classes - Histogrammes

Utilisation :

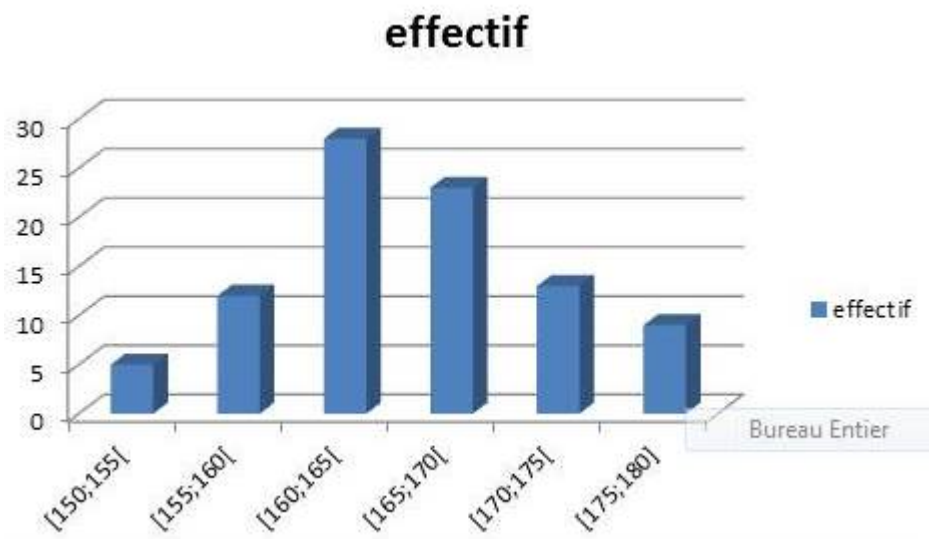
Dans le cas de caractères quantitatifs et lorsque les données sont nombreuses, on les regroupe en classes.

Dans un histogramme, les effectifs (ou les fréquences) et les aires des rectangles sont proportionnels.

Exemple 1 :

Représenter par un histogramme la répartition d'un groupe d'élèves suivant la taille :

Taille (en cm)	[150;155[	[155;160[	[160;165[	[165;170[	[170;175[	[175;180]
effectif	5	12	28	23	13	9



IV Paramètres de position

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

Ce sont des valeurs qui permettent d'avoir un ordre de grandeur de la série étudiée, il y en a trois principales :

1) Moyenne :

Définition :

Soit $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_p$ les valeurs prises par un caractère. A chaque valeur x_i, on associe l'effectif n_i.

N est l'effectif total.

La moyenne de la série statistique (x_i, n_i) est le nombre réel m ou $\overline{x}$ défini par :

$$\overline{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots + n_p x_p}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$$

Exemple :

Reprendre les données de l'exemple III) 1) plus haut et calculer le nombre moyen de livres lus.

2) Médiane

Définition :

Lorsque le caractère étudié est ordonné, la médiane est une valeur Me du caractère qui partage la population en deux sous-ensembles de même effectif.

Exemples :

Une série de valeurs est la suivante : 12, 9, 10, 16, 8, 11, 12.

Après avoir ordonné la série (8, 9, 10, 11, 12, 12, 16), la médiane est 11

Si nous ajoutons la valeur 5 : (5, 8, 9, 10, 11, 12, 12, 16), une médiane est alors toute valeur entre 10 et 11

Quelle est la médiane de l'exemple du III) 1)

3) Mode :

Définition :

On appelle mode la (ou les) valeur(s) du caractère dont l'effectif est le plus grand.

Dans le cas d'un regroupement en classes, on appelle classe modale la classe dont l'effectif est le plus grand.

V) Paramètre de dispersion

Ce sont des grandeurs qui permettent d'évaluer l'amplitude de la série étudiée.

Définition de l'étendue :

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur prises par le caractère (quantitatif).

Exemple :

Dans l'exemple du III)1), l'étendue vaut 10.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.