

Les fonctions affines

Exercice 1 :

Expliquer ce que signifie les notations suivantes :

a. $f : x \mapsto 3x+7$: la fonction f qui à tout nombre x associe le nombre $3x+7$.

b. $f(x) = -2x+3$: la fonction f définie par l'image de tout nombre x est $-2x+3$

Exercice 2:

Parmi les fonctions données, indiquer celles qui sont affines, celles qui sont linéaires, celles qui ne sont pas affines.

$f(x) = 5x+2$ est affine .

$g(x) = -4+3x$ est affine.

$h(x) = 2x$ est linéaire

$i(x) = 8$ est affine, c'est une fonction constante .

$j(x) = -4x^2-4$ est ni linéaire ni affine.

$k(x) = -\frac{3x}{7} = -\frac{3}{7}x$ est linéaire .

$l(x) = 3\sqrt{x}$ est ni linéaire ni affine.

$m(x) = 3 + \frac{1}{x}$ est ni linéaire ni affine.

Exercice 3 :

La fonction f est définie par : $x \mapsto -5x+2$.

a. Calculer $f(2)=-8$; $f(-3)=17$; $f(0)=2$.

b. Calculer l'image de 4 : $f(4) = -18$

c. Calculer le nombre x tel que :

$$f(x) = \frac{5}{3}.$$

$$-5x + 2 = \frac{5}{3}$$

$$-5x = -2 + \frac{5}{3}$$

$$-5x = -\frac{6}{3} + \frac{5}{3}$$

$$-5x = -\frac{1}{3}$$

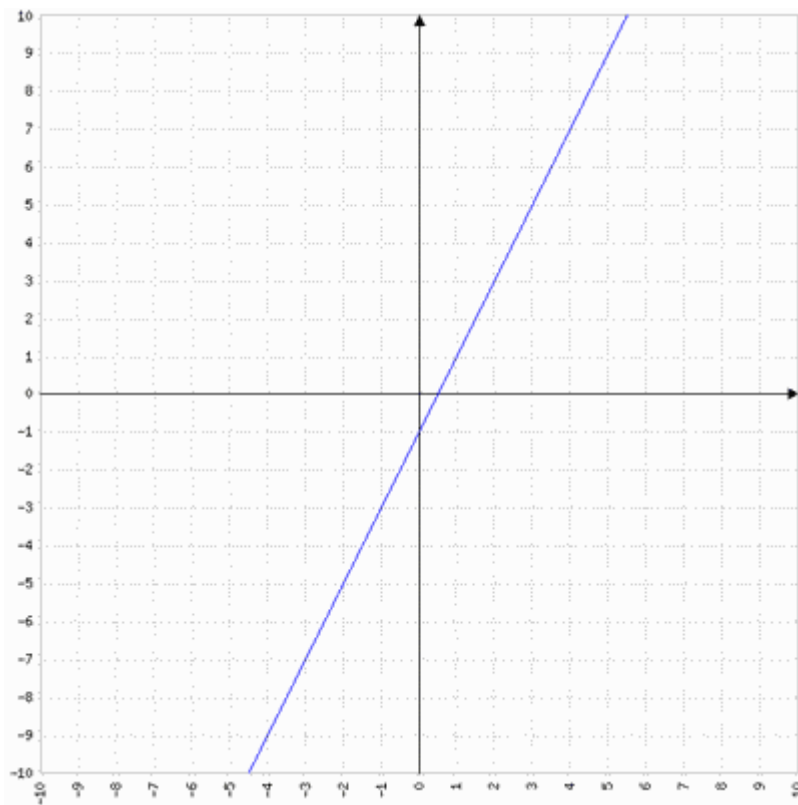
$$x = \frac{1}{15}$$

Exercice 4 :

On donne les images de deux nombres par une fonction affine f .

$$f(3)=5 \text{ et } f(7)=13$$

a. Tracer sa représentation graphique dans un repère.



b. Déterminer l'expression algébrique de cette fonction $f : x \mapsto ax+b$ (c'est-à-dire déterminer a et b).

$$a = \frac{f(7)-f(3)}{7-3} = \frac{13-5}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

donc $f(x) = 2x + b$

$$f(3) = 5 \Leftrightarrow f(3) = 2 \times 3 + b = 5$$

$$6 + b = 5$$

$$b = 5 - 6$$

$$b = -1$$

Conclusion : $f(x) = 2x - 1$

Exercice 6 :

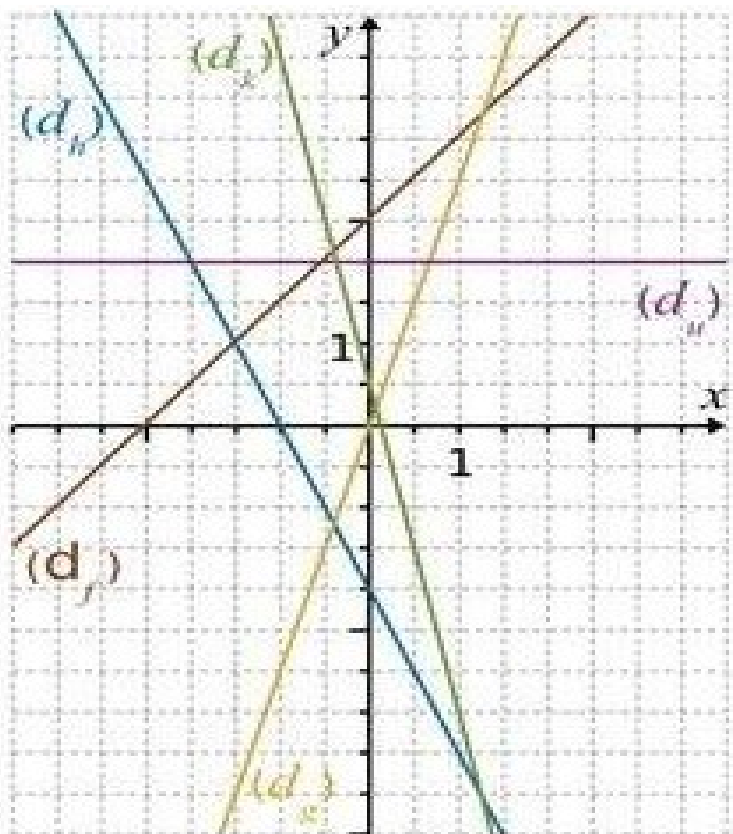
$$g(x) = 3x$$

$$u(x) = 2$$

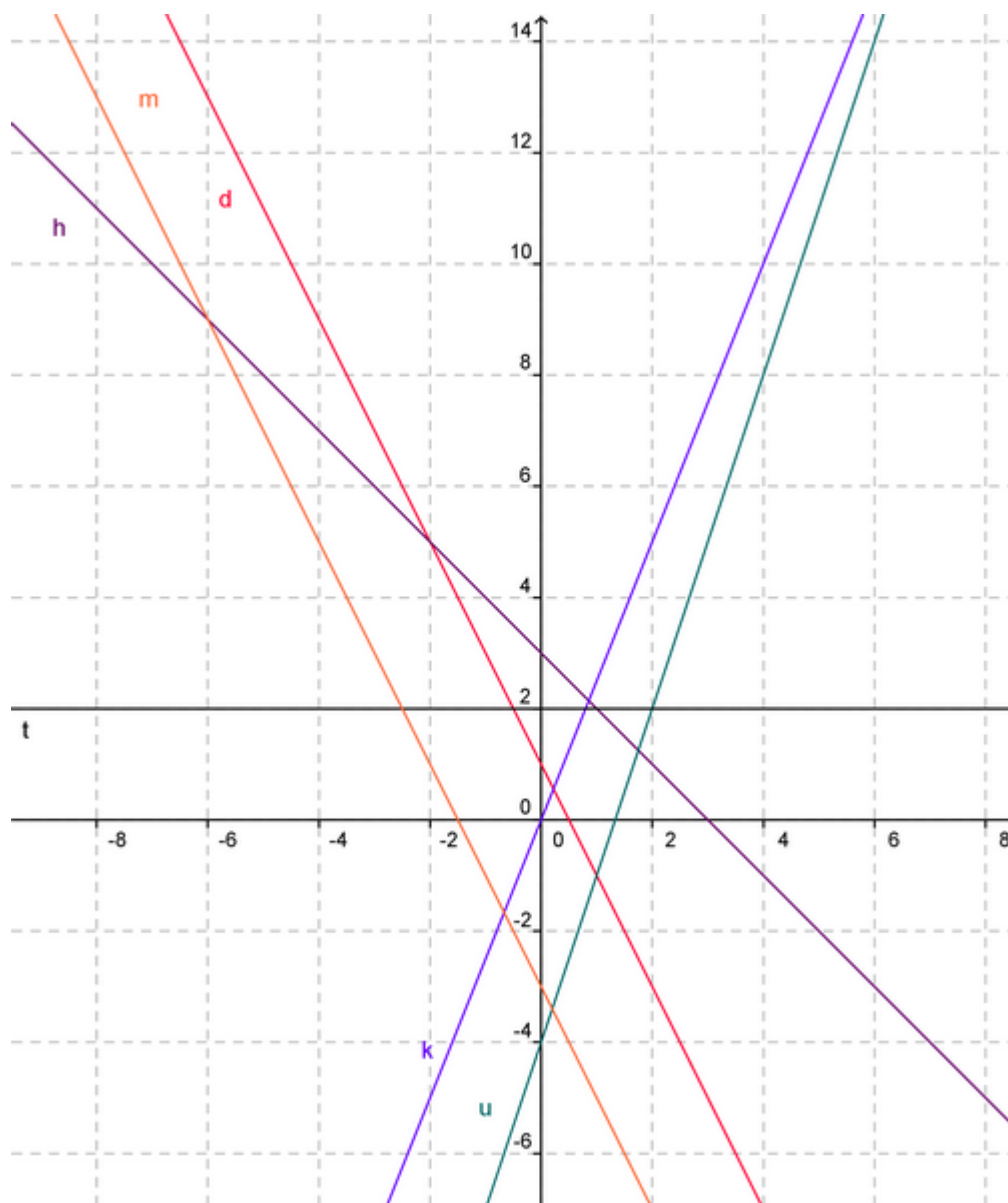
$$f(x) = x + 2,5$$

$$h(x) = -2x - 2$$

$$k(x) = -3,5x + 0,5$$



Exercise 7 :



Les droites sont parallèles car le coefficient directeur est le même.

Exercice 8 :

a. Pour le tarif 1, il paiera 100 €.

Pour le tarif 2, il paiera : $40 + 12 \times 1 = 52$ €

Pour le tarif 3, il paiera : $12 \times 2 = 24$ €

Dans ce cas, le tarif 3 est le plus intéressant.

b. On appelle x le nombre de fois où Yéro ira à la piscine.

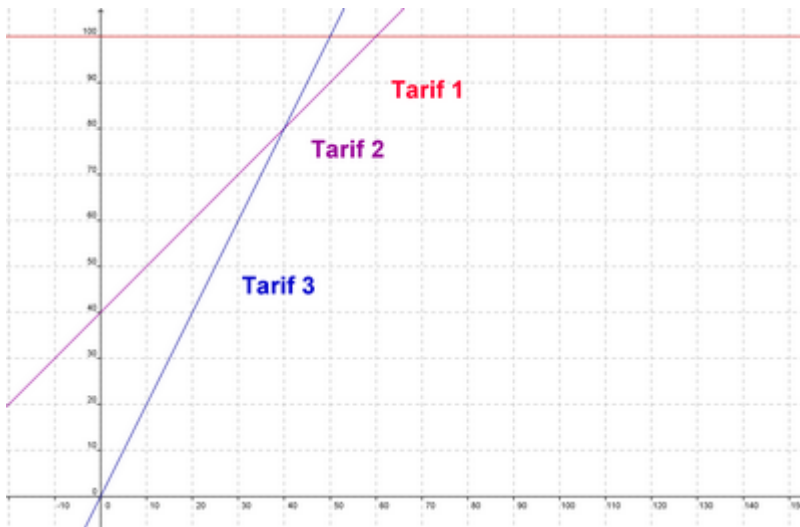
Exprimer, en fonction de x :

$$t_1(x) = 100$$

$$t_2(x) = x + 40$$

$$t_3(x) = 2x$$

c. Représenter graphiquement ces trois fonctions dans un même repère orthogonal.



d. Il devra payer $12 \times 4 = 48$ entrées.

Et s'il y va deux fois par semaine ?

le double soit 96 entrées .

e. Pour 48 entrées, c'est le tarif 2 et pour 96 c'est le tarif 1.

f. A partir de 61 entrées, le tarif 1 est le plus intéressant.

Exercice 9 :

1) Sois la fonction affine f définie par $f(x) = -2x + 3$.

a) calculer $f(0)$.

$$f(0) = -2 \times 0 + 3 = 3$$

b) calculer l'antécédent de 5 .

$$f(x)=5$$

$$-2x+3=5$$

$$-2x=5-3$$

$$-2x=2$$

$$x=-1$$

Donc l'antécédent de 5 par la fonction f est - 1 .

2) Soit la fonction affine g telle que $g(-2)=-2$ et $g(3)=4$.

a) déterminer la fonction g .

$$a = \frac{g(3)-g(-2)}{3-(-2)} = \frac{4-(-2)}{5} = \frac{6}{5}$$

et

$$g(x) = ax + b$$

$$g(-2) = -2a + b$$

$$g(-2) = -2 \times \frac{6}{5} + b$$

$$g(-2) = -\frac{12}{5} + b$$

$$-2 = -\frac{12}{5} + b$$

$$b = -2 + \frac{12}{5}$$

$$b = -\frac{10}{5} + \frac{12}{5}$$



Conclusion : la fonction affine g recherchée est



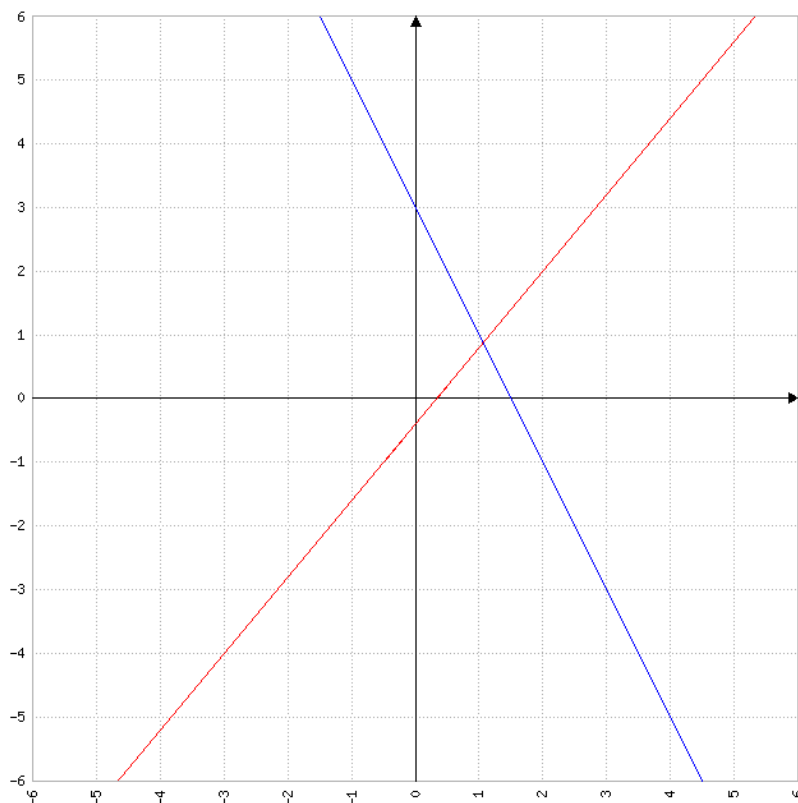
b) calculer $g(0)$ et $g(3)$.

$$g(0) = \frac{6}{5} \times 0 - \frac{2}{5} = -\frac{2}{5}$$

$$g(3) = \frac{6}{5} \times 3 - \frac{2}{5} = \frac{18}{5} - \frac{2}{5} = \frac{16}{5}$$

3) dans un même repère (O,I,J).

a) tracer les représentations graphiques de f et de g .



b) calculer les coordonnées du point d'intersection de ces représentations graphiques .

Réolvons $f(x) = g(x)$

$$-2x + 3 = \frac{6x - 2}{5}$$

$$5(-2x + 3) = 6x - 2$$

$$-10x + 15 = 6x - 2$$

$$-10x - 6x = -15 - 2$$

$$-16x = -17$$

$$x = \frac{-17}{-16} = \frac{17}{16}$$

et

$$f\left(\frac{17}{16}\right) = -2 \times \frac{17}{16} + 3 = -\frac{17}{8} + \frac{48}{16} = \frac{31}{16}$$

Les coordonnées du point d'intersection sont : $I\left(\frac{17}{16}; \frac{31}{16}\right)$.

Exercice 10 :

Pour le paiement de la garderie dans une école, on propose deux formules.

- Formule A : on paie 40 € pour devenir adhérent pour l'année scolaire puis on paye 10 € par mois de garderie.

- Formule B : pour les non adhérents, on paie 18 € par mois.

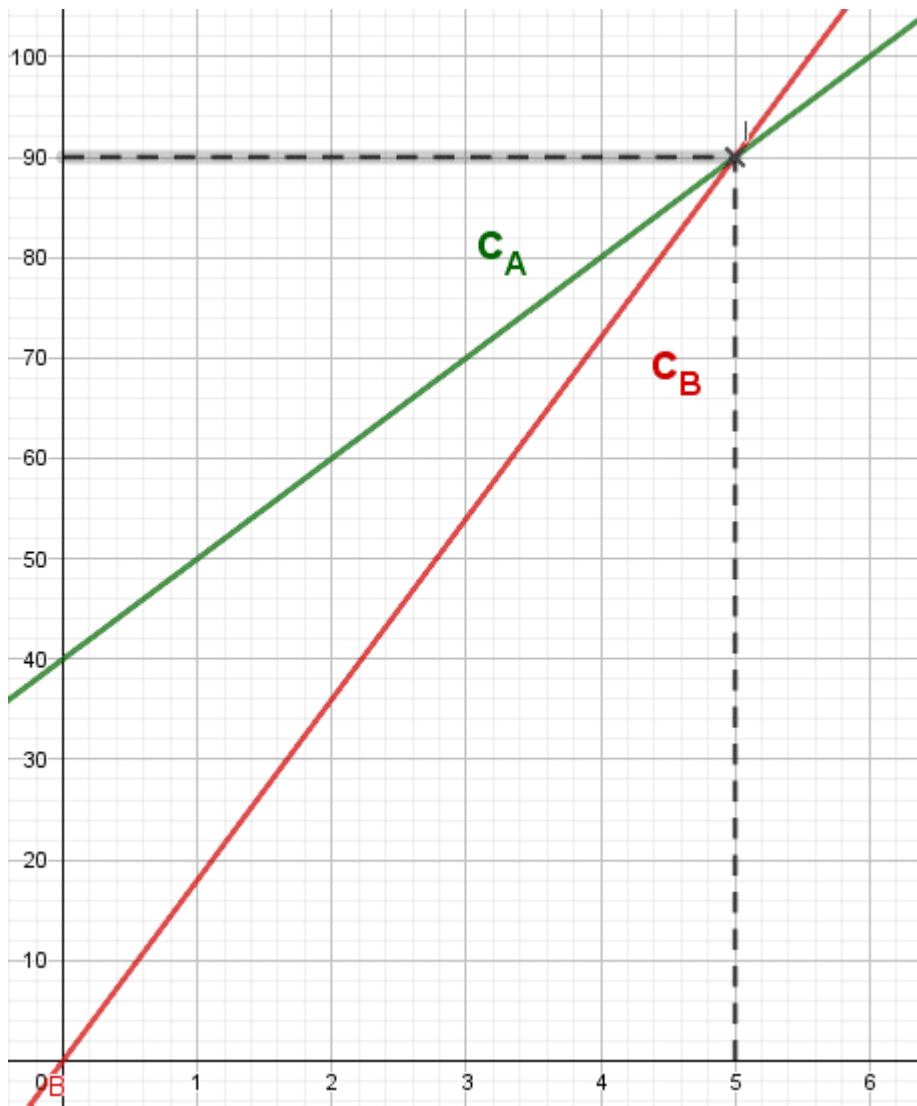
1. On appelle x le nombre de mois de garderie.

$$A(x) = 10x + 40 \quad \text{et} \quad B(x) = 18x$$

2. Représentez graphiquement les fonctions suivantes dans un repère :

$$x, \rightarrow, A(x) = 10x + 40 \quad \text{et} \quad x, \rightarrow, B(x) = 18x.$$

On prendra 1 cm pour 1 mois en abscisse et 1 cm pour 10 € en ordonnée.



3.

a) C'est le point d'intersection des deux droites. Pour 9 mois, les prix à payer sont égaux.

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

$$A(x) = B(x)$$

$$18x = 10x + 40$$

$$8x = 40$$

$$x = \frac{40}{8}$$

$$,x = 5$$

4. La plus avantageuse si on ne paie que 4 mois dans l'année est la formule B.

5. On dispose d'un budget de 113 €.

Nous sommes amenés à résoudre cette équation :

$$\begin{aligned}A(x) &\leq 113 \\10x + 40 &\leq 113 \\10x &\leq 113 - 40 \\10x &\leq 73 \\x &\leq \frac{73}{10} \\x &\leq 7,3\end{aligned}$$

On pourra payer, au maximum, 7 mois de garderie avec un budget de 113 euros.

Exercice 11 :

Dans chacun des cas suivants, écrivez la fonction f sous la forme $f(x)=ax+b$

et précisez les valeurs de a et b .

1) La représentation graphique de f est une droite de coefficient directeur -3 et telle que $f(0)=2$.

$$a = -3 \text{ donc } f(x) = -3x + b$$

$$\text{de plus } f(0) = 2$$

$$\text{donc } -3 \times 0 + b = 2$$

$$b = 2$$

$$\text{donc } \mathbf{f(x) = -3x + 2}$$

2) La fonction f est la fonction qui, à un nombre x , lui ajoute 6 et multiplie le résultat par -4 .

$$f(x) = -4(x+6) = -4x - 24$$

3) La fonction f est la fonction qui, à un nombre x , le multiplie par 3, ajoute 4 au résultat,

puis divise le tout par 2.

$$f(x) = \frac{3x+4}{2} = \frac{3}{2}x + \frac{4}{2} = 1,5x + 2$$

4) La fonction f est définie par $f(x)=(x+1)^2-x^2$.

$$f(x) = (x+1)^2 - x^2$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 - x^2$$

$$f(x) = 2x + 1$$

5). La fonction f est telle que si les x augmentent de 3, les " $f(x)$ " augmentent de 12.

De plus, $f(0)=1$.

$$a = \frac{12}{3} = 4$$

et $f(x)=4x+b$

de plus $f(0)=4 \times 0 + b = 1$

donc $b=1$

d'où **$f(x) = 4x + 1$**

Exercice 12 :

On désigne par x la hauteur SK (exprimée en mètres) de la pyramide SABCD.

1) Montrer que le volume (en m^3) de la serre est donné par la formule $V = 144 + 16x$.

$$V = 8 \times 6 \times 3 + \frac{1}{3} \times 8 \times 6 \times x$$

$$V = 148 + 16x$$

2) Calculer ce volume pour $x = 1,5$.

$$V = 148 + 16x = 148 + 16 \times 1,5 = 148 + 24 = 172$$

3) Pour quelle valeur de x le volume de la serre est-il de $200 m^3$?

$$V = 200$$

$$148 + 16x = 200$$

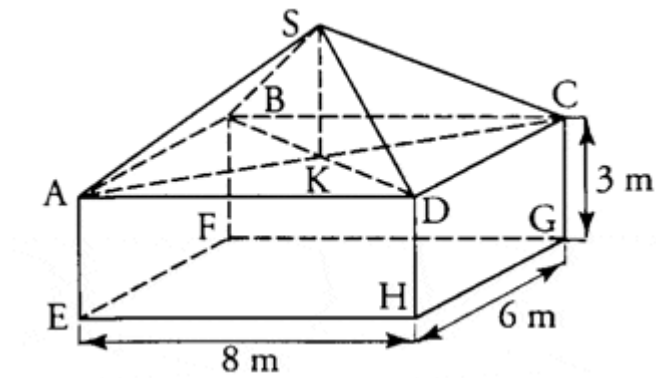


$$16x = 52$$

$$x = \frac{52}{16}$$

$$x = 3,25$$

La hauteur de la pyramide doit être de 3,25 m afin que le volume soit de 200 m^3 .



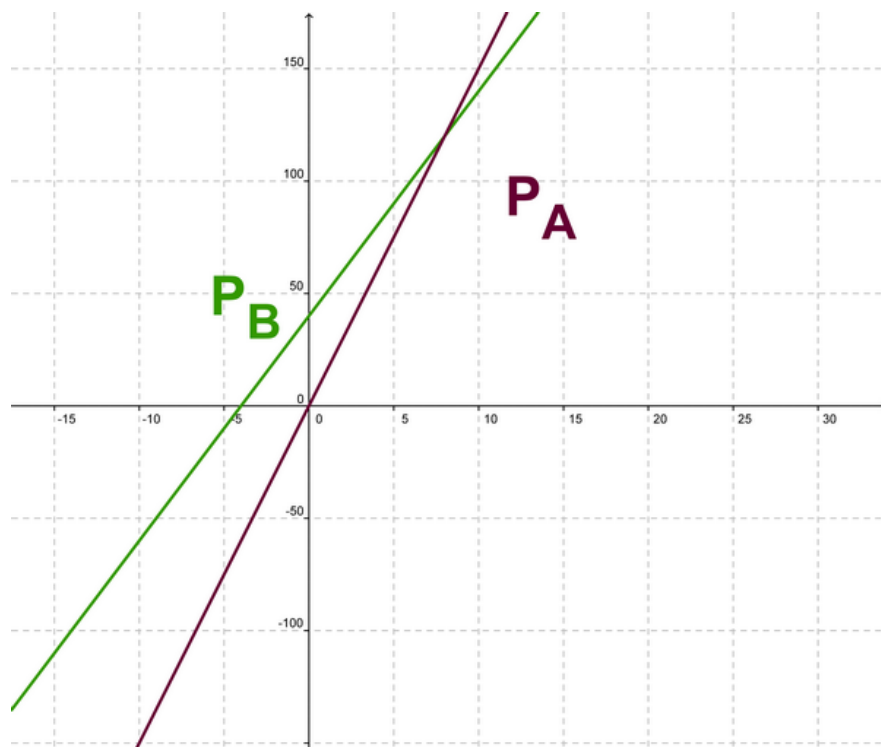
Exercice 13 :

1. A vous de compléter le tableau.

2. a. $P_A = 15x$

b. $P_B = 10x + 40$

3.



4.

a. Pour 6 cartouches, c'est le prix A qui est le plus avantageux.

b. Pour 80 euros, il est plus intéressant de choisir la formule B.

5.

Cherchons pour quel nombre de cartouches les prix sont égaux :

$$15x = 10x + 40$$

$$15x - 10x = 40$$

$$5x = 40$$

$$x = \frac{40}{5}$$

$$x = 8$$

Les prix sont égaux pour 8 cartouches achetées.

Le prix internet est inférieur au delà de 8 cartouches.

Exercice 14 :

L'école décide de tester un logiciel pour gérer sa bibliothèque. Elle télécharge ce logiciel sur Internet.

1. Le fichier a une taille de 3,5 Mo (Mega-octets) et le téléchargement s'effectue en 7 secondes.

Quel est le débit de la connexion Internet ? On donnera le résultat en Mo/s.

c'est une situation de proportionnalité.

$$\begin{array}{l} 3,5 \text{ Mo} \rightarrow 7 \text{ s} \\ x \rightarrow 1 \text{ s} \end{array}$$

donc

$$x = \frac{3,5 \times 1}{7} = 0,5 \text{ Mo/s}$$

Après une période d'essai de 1 mois, l'école décide d'acheter le logiciel.

Il y a trois tarifs :

- Tarif A : 19 €

- Tarif B : 10 centimes%5C, par élève
- Tarif C : 8 € + 5 centimes%5C, par élève

2. Compléter le tableau suivant :

Nombre d'élèves	100	200	300
Tarif A	19 €	19	19
Tarif B	10	20	30 €
Tarif C	13	18 €	23

3. a. Si x représente le nombre d'élèves, laquelle des expressions suivantes correspond au tarif C ?

$$C1 = 8 + 5x$$

$$\mathbf{C2 = 8 + 0,05x}$$

$$C3 = 0,05 + 8x$$

b. Est ce une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.

C2 correspond à une fonction affine donc ce n'est pas une situation de proportionnalité, il y aurait fallu une fonction linéaire (c'est le cas du tarif B).

Exercice 17 :

a. L'aire totale est :

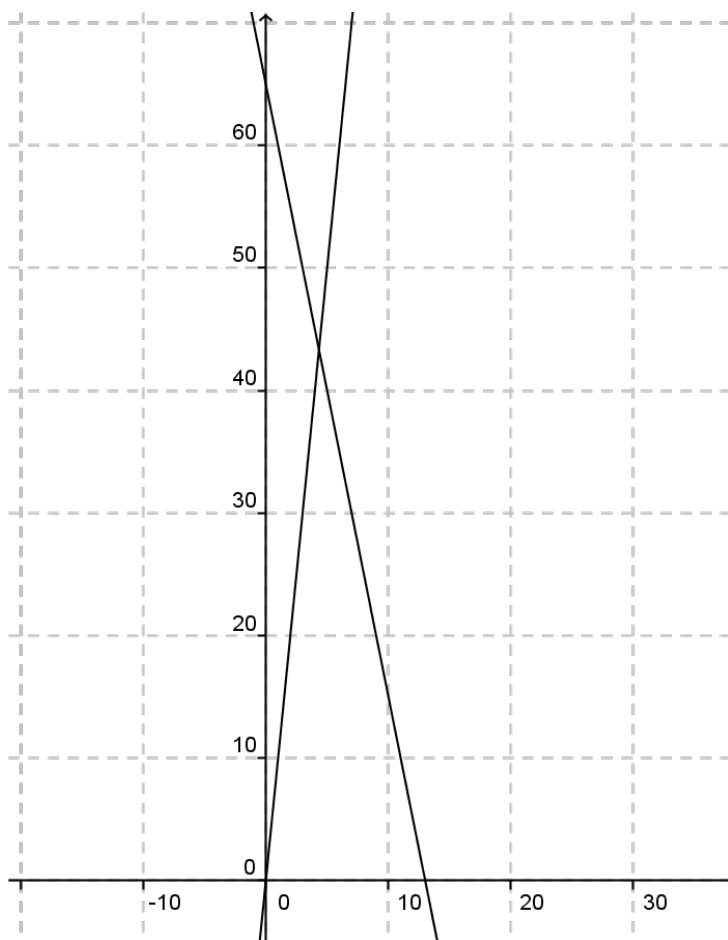
$$10 \times 8 - \frac{3 \times 10}{2} = 80 - 15 = 65 \text{ m}^2 .$$

b. x est compris entre 0 et 5.

$$c. \quad r(x) = 10x$$

$$c(x) = \frac{(5-x+8) \times 10}{2} = 5(13-x) = 65-5x$$

d.



e. Nous observons graphiquement que les voeux de la documentaliste

seront pris en compte lorsque $x = 5$.

et par le calcul :

$$10x = 65 - 5x$$

$$10x + 5x = 65$$

$$15x = 65$$

$$x = \frac{65}{15} = 5$$

