

## Les équations et problèmes

### Exercice 1 :

a)  $x = 4,8 - 0,6 = 4,2$

La solution de l'équation est 4,2.

b)  $x = 5 - (-2) = 7$

La solution de l'équation est 7.

c)  $x = -\frac{5}{2}$

La solution de l'équation est  $-\frac{5}{2}$ .

d)  $x = -9 - (-3) = -9 + 3 = -6$

La solution de l'équation est -6.

e)  $x = \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3}$

La solution de l'équation est  $\frac{-8}{-6} = \frac{4}{3}$ .

f)  $x = -\frac{5}{4}$

La solution de l'équation est  $-\frac{5}{4}$ .

g)  $x = \frac{-9}{-3} = 3$

La solution de l'équation est 3.

h)  $4 + 2x = 10 - 4x$

$$2x + 4x = 10 - 4$$

$$6x = 6$$

$$x = 1$$

La solution de l'équation est 1.

i)  $9x - 7 = 3 - 3x + 8$

$$9x + 3x = 3 + 8 + 7$$

$$12x = 18$$

$$x = \frac{3}{2}$$

La solution de l'équation est  $\frac{3}{2}$ .

j)  $3x + 1 = 2x - 2$

$$3x - 2x = -2 - 1$$

$$x = -3$$

La solution de l'équation est -3.

k)  $5x + 10 = 3x + 40$

$$5x - 3x = 40 - 10$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

La solution de l'équation est 15.

l)  $4 + 2x = 20 - 8x$

$$2x + 8x = 20 - 4$$

$$10x = 16$$

$$x = \frac{8}{5}$$

La solution de l'équation est  $\frac{8}{5}$ .

m)  $2(3x - 1) - 2x = 7x + 3$

$$6x - 2 - 2x = 7x + 3$$

$$4x - 2 = 7x + 3$$

$$4x - 7x = 3 + 2$$

$$-3x = 5$$

$$x = -\frac{5}{3}$$

La solution de l'équation est  $-\frac{5}{3}$ .

n)  $10x - 5 - 3(2x + 5) = -20$

$$10x - 5 - 6x - 15 = -20$$

$$4x - 20 = -20$$

$$4x = -20 + 20$$

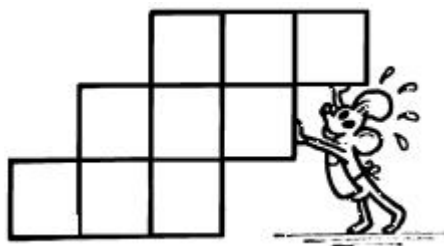
$$4x = 0$$

$$x = 0$$

La solution de l'équation est 0.

### Exercice 2 :

Déterminer trois nombres entiers positifs consécutifs dont la somme des carrés est égale à 1 325.



Pour la facilité des calculs on choisira les nombres consécutifs suivants :

$$n-1 ; n ; n+1 \text{ avec } n \in \mathbb{N}$$

1- Calcul des carrés des nombres  $n-1$  et  $n+1$

$$(n-1)^2 = n^2 - 2n + 1$$

$$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$$

2- Calcul de la somme des carrés des trois nombres.

$$(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 = 3n^2 + 2$$

3- Puisque cette somme est égale à 1325, on est conduit à résoudre l'équation :

$$3n^2 + 2 = 1325$$

soit

$$3n^2 = 1323$$

$$n^2 = 441$$

$$n = \sqrt{441} = 21$$

Vérification:

$$n-1 = 20$$

$$n = 21$$

$$n+1 = 22$$

$$20^2 + 21^2 + 22^2 = 400 + 441 + 484 = 1325$$

Donc les nombres consécutifs à déterminer sont : 20 ; 21 ; 22

### **Exercice 3 :**

Trois club se rencontrent lors d'une compétition. Le club A remporte un tiers des médailles , le club B deux septième des médailles et le club C seize médailles . Combien de médaille ont été distribuée en tout ?

Soit  $x$  : le nombre de médailles remportées .

les club A et B ont remportés :  $\frac{1}{3} + \frac{2}{7} = \frac{7}{21} + \frac{6}{21} = \frac{13}{21}$  des médailles .

Le club C a donc remporté  $\frac{8}{21}$  des médailles soit 16 médailles .

$$\text{donc } \frac{8}{21}x = 16$$

$$x = \frac{16 \times 21}{8}$$

$$x = 42$$

**Conclusion : il y a eu 42 médailles de distribuées .**

### **Exercice 4 :**

Résoudre les équations suivantes :

$$1. (x-7)^2 - (2x+5)^2 = 0$$

$$(x-7-2x-5)(x-7+2x+5) = 0$$

$$(-x-12)(3x-2) = 0$$

**Propriété :** un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs, au moins, est nul .

$$-x-12 = 0 \text{ ou } 3x-2 = 0$$



$$2. (7x+1)^2-(3x+4)^2=0$$

$$(7x+1-3x-4)(7x+1+3x+4)=0$$

$$(4x-3)(10x+5)=0$$

$$4x-3=0 \text{ ou } 10x+5=0$$

$$x=\frac{3}{4} \text{ ou } x=-\frac{5}{10}$$

$$x=\frac{3}{4} \text{ ou } x=-\frac{1}{2}$$

$$3. (6x-1)^2-(2x+1)^2=0$$

$$(6x-1-2x-1)(6x-1+2x+1)=0$$

$$(4x-2) \times 8x =$$

$$4x-2=0 \text{ ou } 8x=$$

$$x=\frac{2}{4} \text{ ou } x=$$

$$x=\frac{1}{2} \text{ ou } x=$$

### **Exercice 5 :**

une tirelire contient 65 euros en pièces de 1 € et 2 € au total de 35 pièces .

Combien y a t il de pièces de 1 euros et combien de 2 euros ?

Soit x le nombre de pièces de 1 € et y le nombre de pièces de 2 € .

$$x+y=35 \text{ (1)}$$

$$x+2y=65 \text{ (2)}$$

En faisant la soustraction de (2)-(1) :

$$x+2y-x-y=65-35$$

$$y=30$$

Il y a donc 30 pièces de 2 € et 5 pièces de 1 € .

**Exercice 6 :**

a.  $3x + 2 = 14$

$$3x=14-2$$

$$3x=12$$

$$x=12:3$$

$$x=4$$

$$\text{donc } S=\{ 4 \}$$

b.  $3x - 4 = 2x + 9$

$$3x-2x=9+4$$

$$x=13$$

c.  $5x - 4 = 8 - 3x$

$$5x+3x=8+4$$

$$8x=12$$

$$x=12:8=3:2$$

$$\text{donc } S=\{ 1,5 \}$$

d.  $3 - (5 - x) = 3 - 4x$

$$3-5+x=3-4x$$

$$-2+x=3-4x$$

$$x+4x=3+2$$

$$5x=5$$

$$x=5:5=1$$

$$\text{donc } S=\{ 1 \}$$

e.  $2x + 5 = 3x - 1$

$$2x-3x=-1-5$$

$$-x=-6$$

$$x=6$$

$$\text{donc } S=\{ 6 \}$$

f.  $2(5 - 3x) = 6(2x + 1)$

$$10-6x=12x+6$$

$$-6x-12x=6-10$$

$$-18x=-4$$

$$x=4:18=2:9$$

$$\text{donc } S=\{ 2:9 \}$$

g.  $4(3x - 2) - 10x = 3x - 1$

$$12x-8-10x=3x-1$$

$$2x-8=3x-1$$

$$2x-3x=8-1$$

$$-x=7$$

$$x=-7$$

$$\text{donc } S=\{ -7 \}$$

$$\text{h. } 3(x+2) - (x-3) = x-5 - 3(x+1) + 4x$$

$$3x+6-x+3=x-5-3x-3+4x$$

$$2x+9=2x+2$$

$$0x=2-9$$

$$0x=-7$$

$$0=-7$$

absurde donc pas de solution.

$$\text{i. } 5x+7 = -5+11x$$

$$5x-11x=-5-7$$

$$-6x=-12$$

$$x=12:6=2$$

$$\text{donc } S=\{ 2 \}$$

$$\text{j. } 2x+1 = 4(x-2) + x$$

$$2x+1=4x-8+x$$

$$2x-4x-x=-1+8$$

$$-3x=7$$

$$x=-7:3$$

$$\text{donc } S=\{ -7:3 \}.$$

### **Exercice 7 :**

$$7x-1 = -3x+2$$

$$7x+3x = 2+1$$



$$x = \frac{3}{10}$$

### **Exercice 11 :**

Résolvez les équations suivantes :

$$1) \quad 5x+2 = 2x+6$$

$$5x-2x = 6-2$$

$$3x = 4$$

$$,x = \frac{3}{4}$$

$$2) \quad 2(3x+3) = -2(x-7)$$

$$6x+6 = -2x+14$$

$$6x+2x = 14-6$$

$$4x = 8$$

$$,x = \frac{8}{4}$$

$$3) \quad -3(4x+3) = 2x+6$$

$$-12x-9 = 2x+6$$

$$-12x-2x = 6+9$$

$$-14x = 15$$

$$,x = -\frac{15}{14}$$

$$4) \quad \frac{x+3}{3} = \frac{2x+1}{4}$$

$$4(x+3) = 3(2x+1)$$

$$4x+12 = 6x+3$$

$$4x-6x = 3-12$$

$$-2x = -9$$

$$,x = \frac{9}{2}$$

$$5) \quad \frac{2x-3}{3} = -5x+1$$

$$2x-3 = 3(-5x+1)$$

$$2x-3 = -15x+3$$

$$2x+15x=3+3$$

$$17x=6$$

$$,x=\frac{6}{17}$$

$$6) \frac{3-4x}{5} = \frac{2x+1}{4}$$

$$4(3-4x)=5(2x+1)$$

$$12-16x=10x+5$$

$$-16x-10x=5-12$$

$$-26x=-7$$

$$,x=\frac{7}{26}$$

### **Exercice 12 :**

Soit ABCD est un carre de cote 10 cm . N est un point de [AD] et R est un point de [DC] tels que AN est égal a DR est egal a x (en cm).

On souhaite trouver la position du point N pour laquelle l aire du rectangle NORD est maximale .

1) Donner un encadrement de x.

$$0 \leq x \leq 10 \quad 2)a) \text{ Exprimer l'aire de NORD en fonction de x.}$$

$$A_{NORD} = x(10-x)$$

b) Démontrer que l' aire est egale a :  $25-(x-5)^2$ .

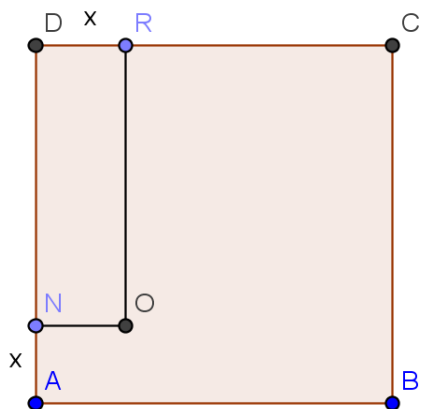
$25-(x-5)^2 = 25-(x^2-10x+25) = -x^2+10x = x(10-x) = A_{NORD}$  3)a) Déterminer la valeur de x pour laquelle l aire NORD est maximale où est alors situé le point N .

L'aire est maximale lorsque la quantité  $(x-5)^2$  est minimale c'est à dire lorsque  $x=5$  .

N est donc situé au milieu de [AD] .

b) Dans ce cas que peut on dire du rectangle NORD .

Dans ce cas NORD est un carré .



### **Exercice 13 :**

a.  $3x + 2 = 14$

$$3x = 14 - 2$$

$$3x = 12$$

$$x = 12 : 3$$

$$x = 4$$

$$\text{donc } S = \{ 4 \}$$

b.  $3x - 4 = 2x + 9$

$$3x - 2x = 9 + 4$$

$$x = 13$$

c.  $5x - 4 = 8 - 3x$

$$5x + 3x = 8 + 4$$

$$8x = 12$$

$$x = 12 : 8 = 3 : 2$$

$$\text{donc } S = \{ 1,5 \}$$

d.  $3 - (5 - x) = 3 - 4x$

$$3 - 5 + x = 3 - 4x$$

$$-2 + x = 3 - 4x$$

$$x + 4x = 3 + 2$$

$$5x = 5$$

$$x = 5 : 5 = 1$$

$$\text{donc } S = \{ 1 \}$$

e.  $2x + 5 = 3x - 1$

$$2x - 3x = -1 - 5$$

$$-x = -6$$

$$x = 6$$

donc  $S = \{ 6 \}$

$$f. 2(5 - 3x) = 6(2x + 1)$$

$$10 - 6x = 12x + 6$$

$$-6x - 12x = 6 - 10$$

$$-18x = -4$$

$$x = 4:18 = 2:9$$

donc  $S = \{ 2:9 \}$

$$g. 4(3x - 2) - 10x = 3x - 1$$

$$12x - 8 - 10x = 3x - 1$$

$$2x - 8 = 3x - 1$$

$$2x - 3x = 8 - 1$$

$$-x = 7$$

$$x = -7$$

donc  $S = \{ -7 \}$

$$h. 3(x + 2) - (x - 3) = x - 5 - 3(x + 1) + 4x$$

$$3x + 6 - x + 3 = x - 5 - 3x - 3 + 4x$$

$$2x + 9 = 2x + 2$$

$$0x = 2 - 9$$

$$0x = -7$$

$$0 = -7$$

absurde donc pas de solution.

$$i. 5x + 7 = -5 + 11x$$

$$5x - 11x = -5 - 7$$

$$-6x = -12$$

$$x = 12:6 = 2$$

donc  $S = \{ 2 \}$

$$j. 2x + 1 = 4(x - 2) + x$$

$$2x + 1 = 4x - 8 + x$$

$$2x - 4x - x = -1 + 8$$

$$-3x = 7$$

$$x = -7:3$$

donc  $S = \{ -7:3 \}$

#### **Exercice 14 :**

$$\frac{x}{3} + \frac{x-1}{2} = \frac{x+2}{6}$$

$$\frac{2x}{6} + \frac{3(x-1)}{6} = \frac{x+2}{6}$$

En multipliant par 6 les deux membres de l'équation,  
on obtient :

$$2x + 3(x - 1) = x + 2$$

$$2x + 3x - 3 = x + 2$$

$$5x - x = 3 + 2$$

$$4x = 5$$

$$x = \frac{5}{4}$$

### **Exercice 15 :**

1.  $(x + 5)(x - 3) = 0$

C'est une équation produit, on utilise donc la règle :

"un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs, au moins, est nul"  
ainsi:

$$x + 5 = 0 \text{ ou } x - 3 = 0$$

$$x = -5 \text{ ou } x = 3$$

$$\text{donc } S = \{-5 ; 3\}$$

2.  $(2x + 7)(-5x + 2) = 0$

On utilise la règle.

$$2x + 7 = 0 \text{ ou } -5x + 2 = 0$$

$$2x = -7 \text{ ou } -5x = -2$$

$$x = -7:2 \text{ ou } x = -2:(-5) = 2:5$$

$$\text{donc } S = \{-3,5 ; 0,4\}$$

3.  $64x^2 - 81 = 0$

il fallait reconnaître l'identité remarquable.

$$(8x)^2 - 9^2 = 0$$

$$(8x + 9)(8x - 9) = 0$$

on utilise la règle.

$$8x + 9 = 0 \text{ ou } 8x - 9 = 0$$

$$x = -9:8 \text{ ou } x = 9:8$$

$$\text{donc } S = \{-9:8 ; 9:8\}$$

5.  $(3 - x)(2x + 7)(-5 + x) = 0$

On utilise la règle qui est valable pour deux facteurs d'ailleurs également pour n facteurs.

$$3 - x = 0 \text{ ou } 2x + 7 = 0 \text{ ou } -5 + x = 0$$

$$x = 3 \text{ ou } x = -7:2 \text{ ou } x = 5$$

$$\text{donc } S = \{3 ; -3,5 ; 5\}$$

6.  $49x^2 - 42x + 9 = 0$

il fallait reconnaître l'identité remarquable.

$$(7x)^2 - 2 \times 7x \times 3 + 3^2 = 0$$

$$(7x-3)^2 = 0$$

$$(7x-3)(7x-3)=0$$

On utilise la règle.

$$7x-3=0$$

$$x=3:7$$

$$\text{donc } S = \{3:7\}$$

### **Exercice 16:**

Trouver les équations qui admettent ( 2 ) pour solution:

1.  $2x + 4 = 0$

remplaçons x par -2 dans l'équation.

$$2x+4=2x(-2)+4=-4+4=0$$

donc -2 vérifie bien l'égalité donc -2 est solution de l'équation..

2.  $2x = -4$

remplaçons x par -2 dans l'équation.

$$-2x=-2x(-2)=+4 \neq -4$$

donc -2 ne vérifie pas l'égalité donc -2 n'est pas solution de l'équation..

3.  $6x + 2 = 10$

$$6x+2=6x(-2)+2=-12+2=-10$$

donc -2 vérifie bien l'égalité donc -2 est solution de l'équation..

4.  $5x + 4 = 2x+3$

remplaçons x par -2 dans l'équation.

$$-5x+4=-5x(-2)+4=10+4=14 \text{ et } 2x+3=2x(-2)+3=-4+3=-1$$

$$\text{or } 14 \neq -1$$

donc -2 ne vérifie pas l'égalité donc -2 n'est pas solution de l'équation..

### **Exercice 17 :**

1. Choix de l'inconnue :

Notons x :l' âge de Julie.

2. Traduction mathématique de l'énoncé:

sa mère était âgée de 30 ans donc l'âge de sa mère est:  $x+30$ ;

son frère avait 4 ans donc l'âge de son frère est:  $x+4$

3. Mise en équation du problème :

Julie, son frère et sa mère totalisent un siècle

$$\text{donc } x+ (x+30) + (x+4) = 100$$

$$x+x+30+x+4=100$$

$$3x+34=100$$

$$3x=100-34$$

$$3x=66$$

$$x=66:3$$

$$x=22$$

**Conclusion :** Julie a 22 ans, sa mère en a 52 ans et son frère a 26 ans.

**Exercice 18 :**

Trouver la longueur x.

Dans les triangles AEF et ACB ,

$$\begin{cases} F \in (AB) \\ E \in (AC) \\ (FE) \parallel (BC). \end{cases} \quad \text{d'après la partie directe du théorème de Thalès :}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

$$\frac{x}{x+4} = \frac{1}{3}$$

$$3x = 1 \times (x+4)$$

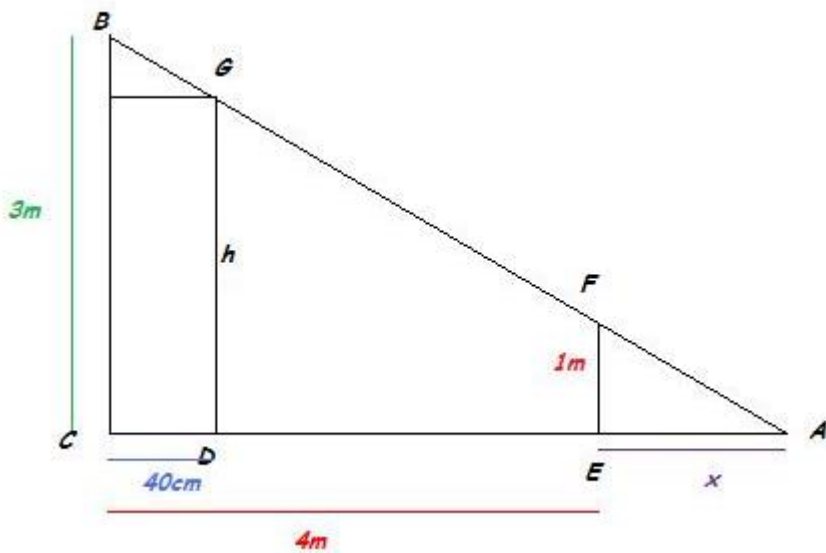
$$3x = x+4$$

$$3x - x = 4$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x =$$



### **Exercice 19 :**

Résoudre les équations suivantes après avoir factoriser a l'aide d'une identité remarquable: a)  $x^2 + 14x + 49 = 0$

$$(x+7)^2 = 0$$

$$x = \text{ b) } y^2 - 12y + 36 = 0$$

$$(y-6)^2 = 0$$

$$y = \text{ c) } 4x^2 - 20x + 25 = 0$$

$$(2x-5)^2 = 0$$

$$2x-5 = 0$$

$$x =$$

$$\text{d) } 24z + 16 + 9z^2 = 0$$

$$(3z+4)^2 = 0$$

$$3z+4 = 0$$

$$z =$$

### **Exercice 20 :**

$$1) \text{ Factoriser } E = 4x^2 - 49 = (2x+7)(2x-7)$$

$$2) \text{ Soit l'expression } F = (2x-7)(-5x+9) + 4x^2 - 49 .$$

a) développer puis réduire F.

$$F = -10x^2 + 18x + 35x - 63 + 4x^2 - 49$$

$$\mathbf{F = - 6x^2 + 53x - 112}$$

b) calculer la valeur exacte de F lorsque  $x = 1$  ,  $x = -\frac{1}{2}$  ,  $x = \sqrt{2}$  .

$$F = -6 \times 1^2 + 53 \times 1 - 112 = -6 + 53 - 112 = -65$$

$$F = -6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 53 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 112 = -\frac{6}{4} - \frac{106}{4} - \frac{448}{4} = \frac{336}{4} = 84$$

$$F = -6 \times (\sqrt{2})^2 + 53 \times (\sqrt{2}) - 112 = -6 \times 2 + 53 \times 2 - 112 = -12 + 106 - 112 = -18$$

c) écrire F sous forme d'un produit de facteurs du premier degré .

$$F = (2x - 7)(-5x + 9) + E$$

$$F = (2x - 7)(-5x + 9) + (2x - 7)(2x + 7)$$

$$F = (2x - 7)(-5x + 9 + 2x + 7)$$

$$\mathbf{F = (2x - 7)(-3x + 16)}$$

d) Résoudre l'équation  $F = 0$  .

$$(2x - 7)(-3x + 16) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs, au moins, est nul .

$$(2x - 7) = 0 \text{ ou } (-3x + 16) = 0$$

$$2x = 7 \text{ ou } -3x = -16$$

$$x = \frac{7}{2} \text{ ou } x = \frac{-16}{-3}$$

$$x = 3,5 \text{ ou } x = \frac{16}{3}$$

### **Exercice 21 :**

On donne l'expression  $A = (2x-3)^2 - (4x+7)(2x-3)$  .

1. Développer et réduire A.

$$A = 4x^2 - 12x + 9 - (8x^2 - 12x + 14x - 21)$$

$$A = 4x^2 - 12x + 9 - 8x^2 + 12x - 14x + 21$$

$$A = -4x^2 - 14x + 30$$

2. Factoriser A .

$$A = (2x-3)((2x-3) - (4x+7))$$

$$A = (2x-3)(2x-3-4x-7)$$

$$A = (2x-3)(-2x-10)$$

3. Résoudre l'équation  $(2x-3)(-2x-10) = 0$

$$2x-3 = 0 \text{ ou } -2x-10 = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = \frac{10}{2}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = 5$$

### **Exercice 22 :**

Un boulanger vend les deux tiers de ses baguettes le matin.

L'après-midi, il en vend encore 90.

Le soir, il lui reste 20 baguettes.

Combien avait-il cuit de baguettes pour la journée ?

Notons x: le nombre de baguettes préparées pour la journée.

$$\frac{2}{3}x + 90 = x - 20$$

$$\frac{2}{3}x - x = -90 - 20$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{3}x = -110$$

$$-\frac{1}{3}x = -110$$

$$x = \frac{-110}{-\frac{1}{3}}$$

$$x = -110 \times (-3)$$

$$, x = 330$$

Il a préparé 330 baguettes.

### **Exercice 23 :**

Les deux questions suivantes sont liées .

1) Développez .

$$3x \times , x + 3x \times , 3 - 5 \times , x - 5 \times , 3$$

$$3x^2 + 9x - 5, x - 15$$

$$, 3x^2 + 4x - 15$$

2) Résolvez l'équation  $3x^2 + 4x - 15 = 0$  .

$$(3x - 5)(x + 3) = 0$$

### **Propriété :**

Un produit de facteurs est nul si et seulement un des facteurs, au moins est nul.

$$3x - 5 = 0 \text{ et } x + 3 = 0$$

$$, x = \frac{5}{3} \text{ et } x = -3$$

### **Exercice 24 :**

Les droites (FC) et (DA) sont parallèles si  $\frac{IA}{IC} = \frac{ID}{IF}$  .

$$\frac{7x+5}{5x} = \frac{12}{7}$$

$$7(7x+5) = 12 \times 5x$$

$$49x+35 = 60x$$

$$60x-49x = 35$$

$$11x = 35$$

$$x = \frac{35}{11}$$

