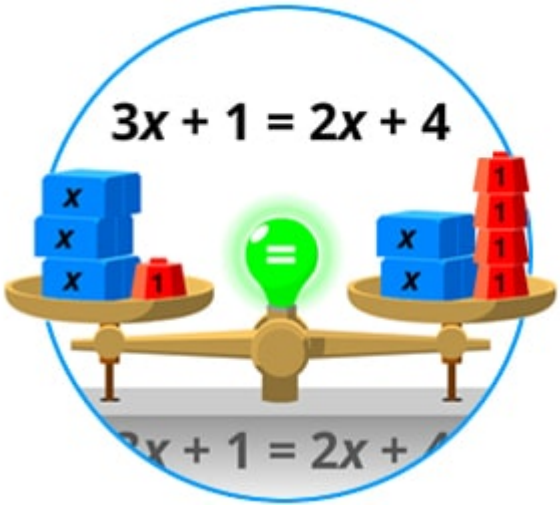
Les équations

I. Résolution d'équations

1.Notions d'équation, de solution

Définitions :

On met deux expressions littérales en équation quand on veut savoir pour quelles valeurs des variables les membres de droite et de gauche sont égaux.
Dans une équation, les lettres utilisées sont appelées des **inconnues** parce qu'on ne connait pas leur valeur quand on écrit l'équation.
On dit qu'un nombre est **solution** d'une équation quand l'égalité est vérifiée lorsqu'on remplace une inconnue par ce nombre.



EXEMPLE :
Le nombre x = 2 est une solution de l'équation $3x+2=x+6$ car quand on remplace x par 2, les deux membres prennent la même valeur:

$3x+2=3\times\ 2+2=6+2=8$ et $x+6=2+6=8$
Le nombre x= 5 n'est pas une solution de l'équation ci-dessus car quand on remplace x par 5, les deux membres n'ont pas la même valeur :

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

$3x + 2 = 3 \times \ 5 + 2 = 15 + 2 = 17$ et $x + 6 = 5 + 6 = 11$ or $17 \neq \ 11$.

Définition :

Résoudre une équation, c'est trouver **toutes ses solutions**.

EXEMPLE :

L'équation 2x— 5 = 0 a une seule solution : $x = \frac{5}{7}$.

2.Résolution d'une équation à une inconnue, du premier degré.

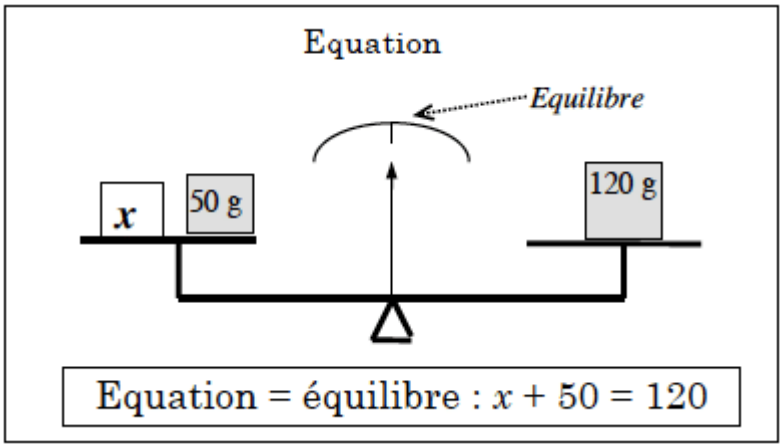
Propriétés :

- une égalité est toujours valable lorsqu'on additionne ou soustrait un même nombre aux deux membres de l'égalité.
- une égalité est toujours valable lorsqu'on multiplie ou divise les deux membres de l'égalité par un même nombre non nul.

Ainsi :

Si $a = b$ alors :

- $a + c = b + c$
- $a - c = b - c$
- $a \times \ c = b \times \ c$
- Si $c \neq \ 0, \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$



Méthode :

Pour résoudre une équation :

- On applique des opérations successives aux deux membres de l'équation dans le but d'avoir l'inconnue d'un seul côté. On obtient ainsi la valeur de l'inconnue.
- On vérifie que chaque valeur trouvée est bien solution de l'équation.

II. Applications à la résolution d'équations

Application n° 1

Résoudre l'équation $10x - 99 = x + 18$.
Nous voulons isoler l'inconnue x dans le premier membre de l'équation (à gauche du signe égal).

Le terme gênant est - 99, nous allons ajouter 99 à chaque membre de cette équation.

$10x - 99 + 99 = x + 18 + 99$

Nous réduisons chaque membre de cette équation.

$10x = x + 117$

Le terme gênant est x, nous allons soustraire x à chaque membre de cette équation.

$10x - x = x + 117 - x$

$9x = 117$

Nous voulons la valeur de x donc obtenir x = soit 1x =, afin d'obtenir un coefficient de 1 devant x, nous allons diviser chaque membre de cette équation par 9.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

$$\frac{9x}{9} = \frac{117}{9}$$

$$x = 13$$

VÉRIFICATION :

Nous allons calculer la valeur de chaque membre de l'équation initiale lorsque x=13.

$10x - 99 = 10 \times \ 13 - 99 = 130 - 99 = 31$

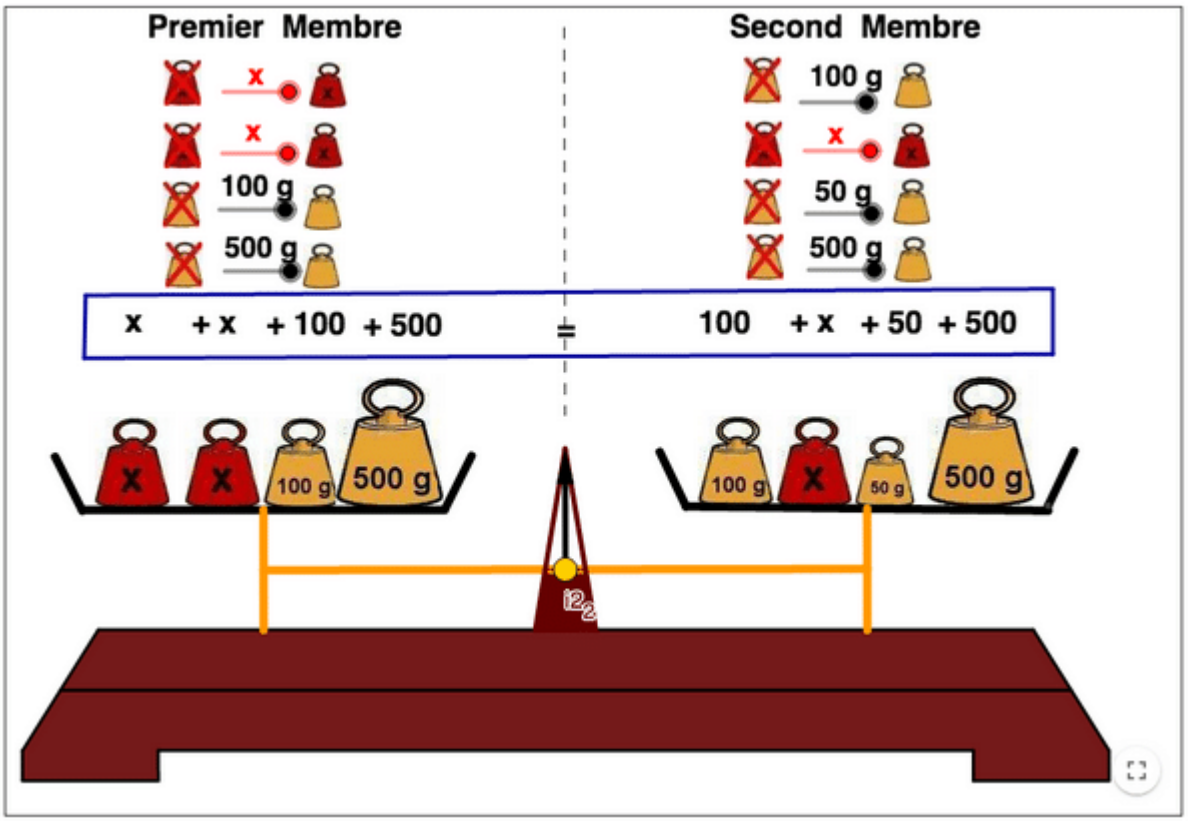
et $x + 18 = 13 + 18 = 31$.

Conclusion :

Les deux membres de cette équation ont la même valeur lorsque x = 13 donc 13 est bien la solution de cette équation.

Application n° 2

Le but de cette application est de déterminer la masse en gramme du solide rouge.



Notons x : la masse, en gramme, du solide rouge.

Nous sommes amenés à résoudre l'équation suivante :

$x + x + 100 + 500 = 100 + x + 50 + 500$

$2x + 600 = x + 650$

$2x + 600 - 600 = x + 650 - 600$

$2x = x + 50$

$2x - x = x + 50 - x$

$x = 50$

CONCLUSION :

La masse du solide rouge est de 50 grammes.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.