

Histoire des maths et de différents mathématiciens et théorèmes.

L'**histoire des maths** remonte à des millénaires, avec des preuves de l'utilisation de systèmes numériques et de mesures dans des civilisations anciennes, telles que les Égyptiens et les Mésopotamiens. Les mathématiques ont continué à évoluer au fil des siècles, avec des avancées dans de nombreux domaines, tels que la géométrie, l'algèbre et les sciences de la nature.

L'une des premières grandes avancées a été l'apparition de la géométrie euclidienne en Grèce antique. Le mathématicien grec Euclide a défini les concepts de point, ligne, plan et espace, ainsi que des règles pour tracer des figures géométriques et calculer leurs propriétés. Ces concepts ont fourni une base solide pour de nombreux autres développements au fil des siècles.

Au Moyen Âge, des mathématiciens tels que Al-Khwarizmi et Fibonacci ont contribué à l'évolution de l'algèbre en introduisant des concepts tels que les chiffres arabes et la notation de position. Ces avancées ont permis de résoudre des problèmes plus complexes en utilisant des opérations, telles que l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.

Au fil des siècles, les maths ont continué à évoluer et à s'étendre dans de nouveaux domaines. Dans les temps modernes, des mathématiciens tels que Isaac Newton et René Descartes ont contribué à l'évolution de la physique en utilisant des concepts mathématiques pour expliquer les lois de la nature. D'autres mathématiciens, tels que Leonhard Euler et Pierre-Simon Laplace, ont contribué à l'évolution des sciences de la nature en utilisant des outils mathématiques pour modéliser des phénomènes complexes.

De nos jours, la matière continue de jouer un rôle crucial dans de nombreux domaines, tels que la science, l'ingénierie, la finance et la technologie. Elles sont utilisées pour résoudre des problèmes complexes, modéliser des phénomènes naturels et développer de nouvelles technologies. Les mathématiques sont également un sujet d'étude en soi, avec de nombreuses branches et sous-disciplines, chacune explorant différents aspects de la science des nombres et des calculs.

La légende du jeu d'échec (3000 avant J.-C)

Selon la légende, l'origine du jeu d'échecs remonterait aux environs de 3000 ans avant J.-C.

Le roi des Indes, Belkib, s'ennuyait profondément et cherchait une distraction. Pour motiver ses sujets à lui trouver un passe-temps satisfaisant, il promit une récompense exceptionnelle à celui qui réussirait à le divertir. C'est alors que le brahmane Sissa, dit le sage, lui présenta le jeu d'échecs. Le roi Belkib était émerveillé et en récompense, il accorda à Sissa qu'on lui donne tout ce qu'il voudrait.

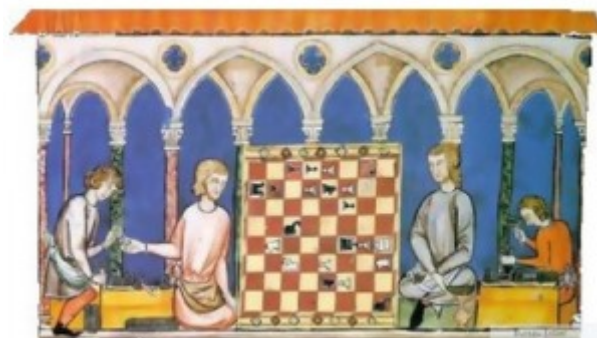
Ce dernier lui répondit alors :

« **Déposez un grain de blé sur la première case, deux sur la seconde, quatre sur la troisième, huit sur la quatrième, et ainsi de suite, en doublant le nombre de grains jusqu'à la dernière des 64 cases de l'échiquier** ».

- 1) Le monarque donna immédiatement son accord à cette requête qu'il jugeait fantaisiste. Sans calculs, donnez une estimation arbitraire du nombre de grains de blés total à déposer sur l'échiquier.
- 2) A l'aide de puissances de deux, exprimez le nombres de grains de blés à déposer sur les 5e et 10e cases. En déduire le nombre de grains de blés sur la 64e case. Évaluez ce nombre à l'aide d'un ordinateur.
- 3) Vérifiez que les égalités suivants sont correctes :
 - i. $2^0 + 2^1 = 2^2 - 1$
 - ii. $2^0 + 2^1 + 2^2 = 2^3 - 1$
 - iii. $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 1$
- 4) En déduire le nombre total de grains de blés à déposer sur le jeu d'échecs. Évaluez ce nombre à l'aide d'un ordinateur.
- 5) Jonathan désire se représenter concrètement ce nombre. Pour ce faire, il évalue que 30 grains de blés occupent un volume de 1 cm^3 . Par ailleurs, l'aire de la surface de l'échiquier est égale à 900 Comme il est impossible de disposer précisément un grand nombre de grains de blés en colonne sur une seule case, on va supposer que le nombre total de grains de blé sera déversé dans un pavé droit dont la base est le jeu d'échec, et dont la hauteur est inconnue.

Calculez la hauteur de ce pavé droit.

- 6) Comparez cette hauteur à la distance Terre-Lune.
- 7) Selon la FAO (Food and Agriculture Organization of the United Nations), la France produit en moyenne 40 millions de tonnes de blé par an. Combien d'années seraient nécessaires pour que les producteurs français puissent honorer la demande du roi Belkib ?
- 8) Que penser de la réponse demandée par Sissa ?



Le livre des échecs, Alphonse X, 1251-1283.

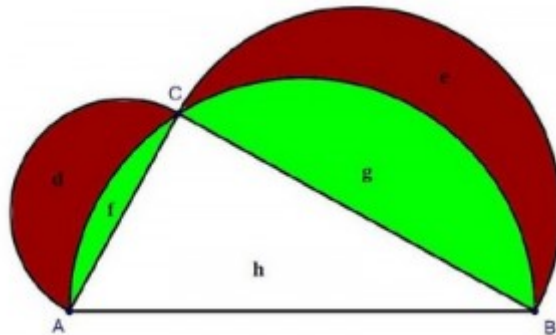
[caption id="attachment_19990" width="300"]
d'echec[/caption]

Jeu

Les lunules d'Hippocrate de Chio (Ve siècle avant J.-C)

La figure ci-dessous s'obtient à partir du programme de construction suivant :

- 1 Construire un segment [AB].
 - 2 Construire le demi-cercle de diamètre [AB].
 - 3 Placer un point C quelconque sur ce demi-cercle.
 - 4 Construire les segments [AC] et [BC].
 - 5 Construire les demi-cercles de diamètre [AC] et [BC].
- On note d,e,f,g,h l'aire de chaque partie colorée.



lunules

[caption id="attachment_19991" width="300"]
d'Hippocrate[/caption]

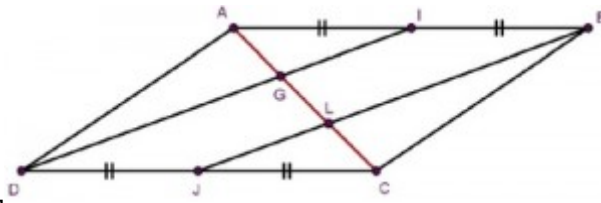
- 1) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifiez.
- 2) Le but de cette question est de démontrer que $(d+f)+(e+g)=f+g+h$.

Les questions suivantes utilisent abondamment le calcul littéral.

- a) Le rayon du demi-cercle de diamètre [AC] est égal à ?
- b) On rappelle la formule donnant l'aire d'un cercle de rayon R : $\pi \times R^2$.
Par conséquent, on a : $d+f = ?$
- c) De même, le rayon du demi-cercle de diamètre [BC] est égal à ?
- d) Par conséquent, on a : $e+g = ?$
- e) On en déduit que : $(d+f)+(e+g) = ?$
- f) De même, le rayon du demi-cercle de diamètre [AB] est égal à ?
- g) Par conséquent, on a : $f+g+h = ?$
- h) Conclure en utilisant la question 1.

Un problème d'Euclide (IIIe siècle avant J.-C)

Euclide, mathématicien de la Grèce antique, auteur des *Éléments*, a démontré le résultat suivant :
« Les droites qui joignent deux sommets opposés d'un parallélogramme au milieu des côtés opposés divisent la diagonale qui joint deux autres sommets en trois parties égales ».



[caption id="attachment_19992" width="300"]
d'Euclide[/caption]

Problème

1. Démontrez que le quadrilatère IBJD est un parallélogramme.
2. Utilisez le triangle ALB pour démontrer que G est le milieu de [AL].
3. Choisissez le triangle qui convient pour démontrer que L est le milieu de [GC].
4. En déduire que $GA = GL = LC$.

Qui était Euclide ?

Mathématicien de la Grèce Antique, il a vécu à Alexandrie entre -325 et -265. Son traité de mathématiques Les Éléments a été considéré comme l'ouvrage scolaire de référence jusqu'au début du 20ème siècle, et lui a parfois valu le surnom de père de la géométrie. Il s'agit d'un recueil de treize livres dans lesquels Euclide tente d'exposer rigoureusement l'ensemble des connaissances de son époque à l'aide d'un système hypothético-déductif où les propriétés et les théorèmes se démontrent à partir de définitions et d'axiomes de base.

L'építaphe de Diophante (IIIe siècle)

L'építaphe de Diophante (IIIe siècle)

Une építaphe est une inscription gravée sur un tombeau.

La légende veut que sur la tombe du mathématicien Diophante, il était écrit :

« Passant sous ce tombeau repose Diophante.
Ces quelques vers tracés par une main savante
Vont te faire connaître à quel âge il est mort.
Des jours assez nombreux qui lui compta le sort,
Le sixième marqua le temps de son enfance.
Le douzième fut prit par son adolescence.
Des sept parts de sa vie, une encore s'écoula,
Puis s'étant marié, sa femme lui donna
Cinq ans après un fils, qui, du destin sévère,
Reçut de jours hélas ! deux fois moins que son père.
De quatre ans, dans les pleurs, celui-ci survécut.

Dis, si tu sais compter, à quel âge il mourut ».

Répondez à la question posée !

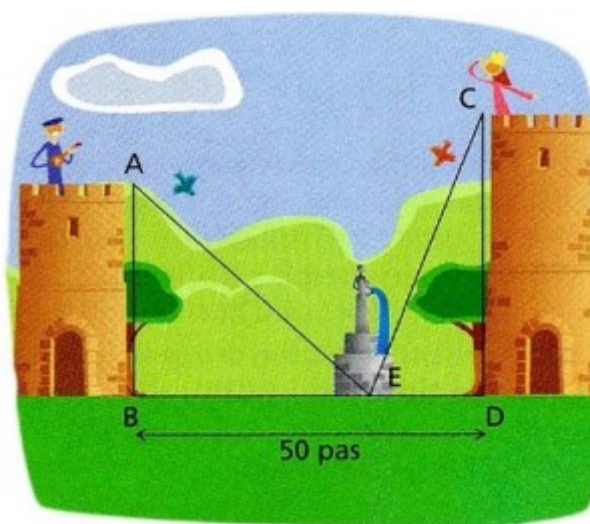
Qui était Diophante ?

Diophante a vécu à Alexandrie au 3^e siècle. Il est notamment l'auteur des Arithmétiques, un ouvrage qui a considérablement influencé les mathématiciens arabes et ceux de la Renaissance dans leurs développements de l'algèbre, ce qui lui valu le titre de père de l'algèbre. Il est connu pour son étude des équations dites équations diophantiennes, qui sont encore aujourd'hui au programme de terminale scientifique. Sa célèbre épitaphe apparaît pour la première fois dans l'Anthologie Palatine de Métrodore au 6^e siècle.

La fontaine de Fibonacci (1175-1240)

Le problème suivant est inspiré du « Liber abbaci » (livre de l'abaque) publié par Fibonacci en 1202. On considère deux tours distantes de 50 pas. La première mesure 30 pas de haut, et la seconde 40 pas de haut. Entre les deux tours, on a disposé une fontaine vers laquelle volent deux oiseaux lancés de chacune des tours. Les oiseaux partent au même moment, ils volent à la même vitesse et ils arrivent en même temps à la fontaine.

A quelle distance de chaque tour est situé la fontaine ?



[caption id="attachment_19996" width="300"]
fontaine de Fibonacci[/caption]

- 1) Comparez les distances AE et CE .
- 2) Exprimez DE^2 en fonction de CE et CD , puis en fonction de AE et CE .
- 3) Exprimez DE en fonction de BD et BE. En utilisant cette expression de DE, développez DE^2 .

4) Dédurre des questions précédentes la relation :

$$100 \times BE = 50^2 + 40^2 - 30^2$$

5) Résolvez le problème.

Qui était Fibonacci ?

Leonard de Pise, plus connu sous le nom de Fibonacci, était un mathématicien italien. Son « Liber abbaci » contribua, en 1202, à diffuser en Occident la science mathématique des Arabes et des Grecs.

Un poème de Nicolas Boileau-Despréaux (1636-1711)

Nicolas Boileau-Despréaux était un poète, écrivain et critique français. Le poème suivant est à la fois original et pessimiste, parce qu'il dresse une vision particulièrement laborieuse de la vie. Complétez les durées manquantes dans ce poème et trouvez combien de bon temps passe l'homme en une journée selon l'auteur.

L'homme, dont la vie entière
Est de quatre-vingt-seize ans
Dort le tiers de sa carrière,
C'est juste _____ ans.
Ajoutons pour maladies, procès, voyages, accidents
Au moins un quart de la vie,
C'est encore deux fois _____ ans.
Par jour deux heures d'études
Ou de travaux - font _____ ans,
Noirs chagrins, inquiétudes -
Pour le double font _____ ans.
Pour affaire qu'on projette
Demi-heure, - encore _____ ans.
Cinq quart d'heures de toilette :
Barbe et cætera - _____ ans.
Par jour pour manger et boire
Deux heures font bien _____ ans.
Cela porte le mémoire
Jusqu'à quatre-vingt-quinze ans.
Reste encore un an pour faire
Ce qu'oiseaux font au printemps.
Par jour l'homme a donc sur Terre

_____ de bon temps.



Un timbre postal a été émis à son effigie le 13 juin 1960.

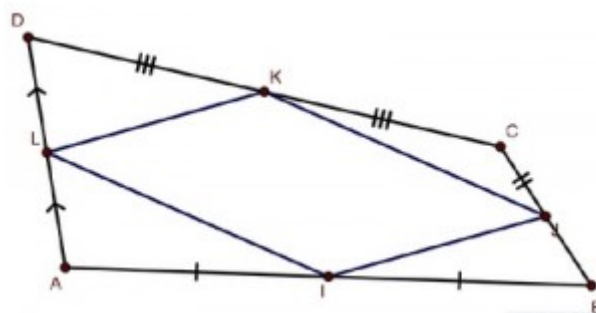
[caption id="attachment_19997" width="300"]
Boileau-Despréaux[/caption]

Nicolas

Le théorème de Varignon (1654-1722)

On considère un quadrilatère quelconque ABCD.

On note I,J,K,L les milieux respectifs des côtés [AB],[BC],[CD],[DA].



[caption id="attachment_19999" width="300"]
de Varignon[/caption]

Théorème

1. Quelle conjecture peut-on faire sur la nature du quadrilatère IJKL ?
2. Montrez que les droites (IL) et (BD) sont parallèles.
3. Montrez que les droites (JK) et (BD) sont parallèles.
4. Démontrez la conjecture de la question 1.
5. Énoncez le théorème de Varignon.
6. Que se passe-t-il si $AC=BD$?
7. Que se passe-t-il si les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires ?

Qui était Varignon ?

Pierre Varignon (1654-1722) était un mathématicien français. Il était particulièrement célèbre en France pour avoir adopté, avec le marquis de l'Hôpital, la théorie du calcul infinitésimal d'Isaac Newton. Il était également connu à l'époque pour son traité de sciences physique dans lequel il énonça la règle dite de composition des forces concourantes. Aujourd'hui, on ne le connaît plus dans les collèges et les lycées que pour son fameux parallélogramme.

La formule de Gauss (1777-1855)

On raconte qu'à l'âge de 10 ans, Gauss détermina une méthode jusqu'alors inconnue pour calculer très rapidement la somme des cents premiers entiers : $1+2+3+4+5+6+....+98+99+100$.

Sa méthode était si performante que Gauss réussissait le calcul plus rapidement que son professeur. Le but de cet exercice est d'utiliser un tableur pour comprendre l'astuce de Gauss.

- 1) Dans la première colonne (A) du tableur, entrez la liste des cents premiers entiers dans l'ordre croissant.
- 2) De même, dans la seconde colonne (B), entrez la liste des cents premiers entiers dans l'ordre décroissant.
- 3) Dans la troisième colonne (C), calculez la somme des deux nombres inscrits côte à côte sur chaque ligne. Que constate-t-on de remarquable ?
- 4) Placez-vous sur une cellule vide quelconque n'appartenant pas aux trois premières colonnes. Calculez la somme de tous les nombres sur la première colonne (A).

On utilisera la formule : `=SOMME(A:A)`

- 5) De même sur deux autres cellules vides, calculez la somme de tous les nombres sur la seconde colonne (B), puis la somme de tous les nombres sur la troisième colonne (C).
- 6) Expliquez pourquoi la somme des nombres sur la troisième colonne (C) est égale à 101×100 .
- 7) Quelle formule rapide peut-on écrire pour calculer la somme des cents premiers entiers ?
- 8) Calculez la somme des 1000 premiers entiers. Précisez le résultat et la formule de Gauss permettant de calculer rapidement ce résultat à la main.

Qui était Gauss ?

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) était un astronome, physicien et mathématicien allemand.

Ses domaines de prédilections variés en font un scientifique extrêmement prolifique : mécanique céleste, magnétisme, optique, théorie des nombres, intuition de la géométrie non-euclidienne, ... Enfant prodige, il termina son premier traité d'arithmétique à seulement 21 ans. Il est souvent considéré comme le plus grand mathématicien depuis l'Antiquité. Il affectionnait particulièrement les mathématiques, et il avait coutume de les appeler la reine des sciences.

Le triangle de Sierpinski (1882-1969)

ÉTAPE 1 : on part d'un triangle équilatéral entièrement noir.

ÉTAPE 2 : on construit le triangle blanc dont les sommets sont les milieux du triangle précédent.

ÉTAPE 3 : on réitère le procédé. Dans chaque triangle noir, on construit un triangle blanc.



[caption id="attachment_20000" width="300"]
Triangle de Sierpinski[/caption]

Triangle de

- 1) Construisez le triangle de Sierpinski que l'on obtiendrait à l'étape 4. On pensera à construire un triangle initial suffisamment grand.
- 2) A chaque étape, quelle fraction d'aire représente la partie noire par rapport à l'aire totale du grand triangle ?

On demande les résultats sous la forme d'une fraction, puis sous la forme d'un pourcentage.

Complétez.

	ÉTAPE 1	ÉTAPE 2	ÉTAPE 3	ÉTAPE 4
Fraction d'aire				
Pourcentage				

- 3) Sans construire les triangles suivants, déduire des résultats précédents la fraction d'aire occupée par la partie noire à l'étape 5 puis à l'étape 10.

	ÉTAPE 5	ÉTAPE 10
Fraction d'aire		
Pourcentage		

Qui était Sierpinski ?

Waclaw Sierpinski (1882-1969) était un mathématicien polonais. Il est l'un des co-fondateurs de l'école mathématique polonaise moderne. Il contribua au progrès de plusieurs branches particulières des mathématiques : la théorie des ensembles, la topologie, la logique. Le triangle de Sierpinski (voir aussi : le tapis de Sierpinski) fait partie d'une grande famille de courbes appelées fractales.