Cours de maths en 3ème

Fonctions linéaires

Dans cette leçon on considérera un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

I.Les fonctions linéaires :

1. Activité d'introduction :

Un tissu coûte 3 euros le mètre chez un grossiste.

Un client effectue une commande, nous allons étudier le prix de sa commande vis-à-vis de la longueur de tissus achetée.

a. Compléter le tableau suivant :

Longueur (en m)	1	2	3	4
Prix (en €)	3	6	9	12

b. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

Oui car :

$$\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = 3\,.$$

Tous les rapports sont égaux, donc c'est un tableau de proportionnalité.

Le prix et la longueur du tissus sont donc proportionnels.

Le coefficient de proportionnalité est 3.

c. Notons x : la longueur du tissus en mètre,

et y : le prix du tissus en euros.

Donner une relation (égalité) entre x et y.

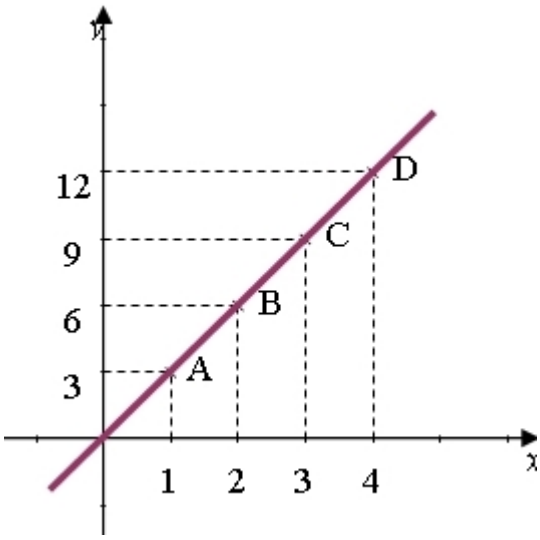
Nous avons y = 3x.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

REMARQUE :

y est une « **fonction linéaire** » de x.

d. Placer les points A (1 ;3) B(2 ;6) C(3 ;9) D(4 ;12) dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ suivant :



e. Quelles sont vos remarques ?

Tous les points sont alignés sur une même droite et cette droite passe par l'origine O du repère.

2. les fonctions linéaires

Définition :

Soit a un nombre relatif connu et fixé.

La fonction linéaire de coefficient a est un objet mathématique définie par la relation suivante :

A un nombre x, on fait correspondre le produit ax

(c'est-à-dire $f : x \mapsto ax$ se lit « la fonction f qui à x associe ax »)

ou encore la fonction f définie par f(x)=ax.

Le nombre f(x) est appelé l'image de x par la fonction f.

EXEMPLES :

Dans l'activité précédente, le prix est une fonction linéaire de la longueur du tissu.

C'est une fonction linéaire de coefficient a=3

Elle se note : $f\ : x\ \mapsto\ 3x$.

On note : $2\ \mapsto\ 6$ où 6 est l'image de 2 par la fonction f ou f(2)=6.

On lit « f de 2 est égal à 6 ».

Soient les fonctions f,g, h telles que $f(x) =\ 2x,\ g(x) = x^2$ et $h(x)\ =\ 5x - 3$.

- Quelle(s) sont le(s) fonction(s) linéaire(s) ?

La seule est f car elle est du type f(x)=ax avec a=2.

- Calculer l'image de 4 par les fonctions f, g et h.

$f(3) = 3\ \times\ 4 = 12$

$g(3) = 3^2 = 9$

$h(4) = 5\ \times\ 4 - 3 = 20 - 3 = 17$

3. Représentation graphique d'une fonction linéaire :

D'après l'activité précédente, nous avons observé que tous les points étaient alignés sur une droite passant par l'origine.

Cette propriété est généralisée à toutes les fonctions linéaires.

Propriété :

La représentation graphique d'une fonction linéaire de coefficient a est une droite passant par l'origine du repère.

Le nombre a est appelé « coefficient directeur » de la droite.

REMARQUE:

Toute situation de proportionnalité débouche sur une fonction linéaire.

Définition :

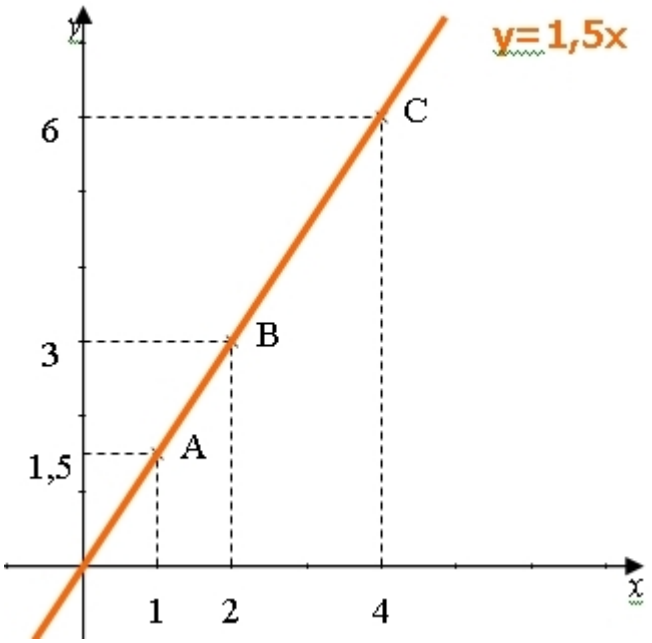
Le nombre a s'appelle le coefficient directeur, il indique la direction de la droite représentative.

Il donne l'accroissement de f(x) lorsque x augmente de 1.

(c'est le coefficient de proportionnalité entre les accroissements de f(x) et de x).

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

EXEMPLES :



- La droite d représente la fonction linéaire : $x \mapsto 1,5x$.

- Le coefficient directeur de la droite d est 1,5.

C'est l'ordonnée du point de la droite d d'abscisse 1.

- Les coordonnées (x ;y) d'un point de la droite d vérifie l'équation : y=1,5x.

- On dit que la droite d a pour équation réduite : y=1,5x.

- Représenter graphiquement la fonction f définie par $f\ :\ x \mapsto 2x$

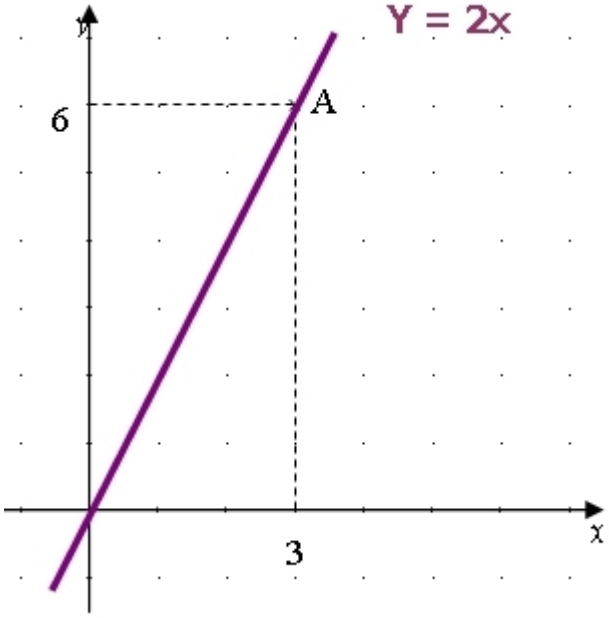
C'est une fonction linéaire donc sa courbe représentative est une droite qui passe par l'origine

donc pour la tracer il nous suffit donc de trouver les coordonnées d'un autre point appartenant à cette droite.

On prend une valeur quelconque de x et on calcule son image f(x).

Valeur de x	3
Valeur de f(x)	6
Point de la droite	A(3 ;6)

On trace la droite passant par les points O et A.



II.Détermination de l‘expression algébrique d‘une fonction linéaire :

Méthode :

La donnée des coordonnées d‘un point A distinct de l‘origine O est suffisante pour pouvoir déterminer l‘expression algébrique d‘une fonction linéaire.

EXEMPLE :

Cherchons l‘expression de la fonction linéaire f telle que le point A (3 ;12) appartienne à la droite représentative de f.

Nous savons que l‘équation de la droite est du type y=ax

L‘objectif est de déterminer la valeur de a.

On remplace les coordonnées dans l‘égalité et on résout l'équation.

y=ax

12 = ax3

soit 12 :3=a

d‘où a=4

CONCLUSION :

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

la fonction f est définie par f(x)=4x ou $f\ :\ x\ \mapsto\ 4x$.

Trouver l'expression de la fonction :

g telle que B(2 ; 0,8) appartienne à sa courbe.

h telle que B(5 ;-10) appartienne à sa courbe.

RÉPONSE :

$g\ :\ x\ \mapsto\ 0,4x$ et $h\ :\ x\ \mapsto\ -2x$.