Cours de maths en 3ème

Fonctions affines

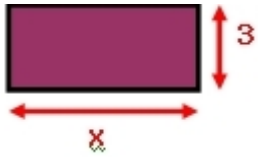
Dans cette leçon, nous considérerons comme acquis le chapitre sur les **fonctions linéaires** .

On se placera dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

I. Les fonctions affines :

1.Activité d'introduction :

Considérons un rectangle de longueur x cm et de largeur 3 cm.



Notons y son périmètre.

Nous allons étudier les variations du périmètre en fonction de celles de la longueur.

a. Compléter le tableau de valeur suivant :

Longueur (en cm)	1	2	4	5
Périmètre (en cm)	8	10	14	16

b. Ce tableau représente-t-il une situation de proportionnalité ?

c. Le périmètre est-il une fonction linéaire de la longueur du rectangle ?

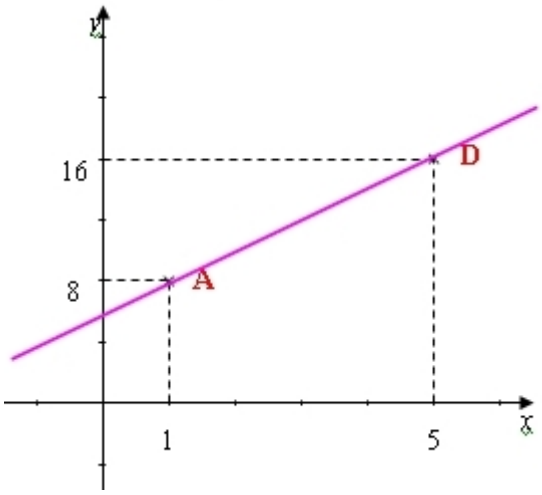
d. Donner une relation (égalité) reliant y et x.

On dit que le périmètre (y) est une « fonction affine » de la longueur (x).

Nous avons $y = 2x + 6$ d'après la formule du périmètre d'un rectangle

e. Dans le repère (O, , placer les points A(1,8) B(2 ;10) C(4 ;14) D(5 ;16).

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.



f. Quelles sont vos remarques ?

Tous les points sont alignés sur une droite.

2. Définition :

Définition :

Soient a et b deux nombres relatifs donnés.

La fonction affine f de coefficients a et b est définie par la relation :

A tout nombre x on associe le nombre$ax + b$.

On note $f\ :\ x\ \mapsto\ ax + b$ (où f définie par $f(x) = ax + b$)

Le nombre f(x) est appelé image de x par la fonction f.

EXEMPLES :

Dans l'activité précédente la périmètre est une fonction affine f de la longueur.

En notant x la longueur. O

n a f(x)= 2x+6 avec a=2 et b=6.

Si a = 3 et b = -5 alors la fonction affine est : $f\ :\ x\ \mapsto\ 3x - 5$.

Calculer l'image des nombres 2 et -3 par f.

$f(2) = 3\ \times\ \ 2 - 5\ = 6 - 5 = 1$donc l'image de 2 par f est 1.

$f(-3) = 3\ \times\ \ (-3) - 5 = -9 - 5 = -14$

REMARQUE :

Une fonction linéaire est une fonction affine puisqu'elle s'écrit $f\ :\ x\ \mapsto\ ax+0$ avec b=0.

La réciproque est fausse.

Une fonction affine n'est pas toujours linéaire.

Contre-exemple : $h\ :\ x\ \mapsto\ 3x+2$ est affine mais pas linéaire.

3. Courbe représentative d'une fonction affine :

Dans l'activité d'introduction, nous avons remarqué que la courbe est une droite,

Cette propriété est généralisée pour toutes les fonctions affines.

Propriété :

La représentation graphique d'une fonction affine $f\ :\ x\ \mapsto\ ax+b$ est une droite.

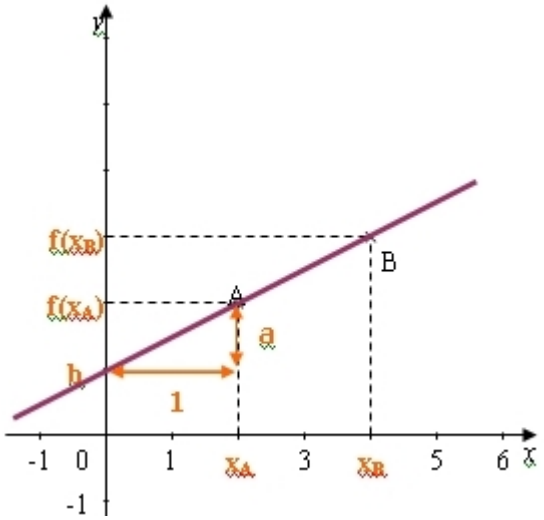
Cette droite a pour équation réduite y=ax+b.

a est appelé « le coefficient directeur »

et b « l'ordonnée à l'origine ».

REMARQUE :

b s'appelle l'ordonnée à l'origine car f(0)=ax0+b=b donc la droite passe par le point de coordonnées (0,b) donc par l'ordonnée à l'origine.



EXEMPLE :

Représenter graphiquement $f\ :\ x\ \mapsto\ 3x+2$.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

MÉTHODE :

Le principe est le même que pour les fonctions linéaires.

Sauf que dans ce cas il nous faut deux points.

Prenons deux valeurs de x différentes et calculons leur image.

Valeur de x	0	2
Valeur de f(x)	2	8
Points de la droite	A(0;2)	B(2;8)

II.Détermination de l'expression d'une fonction affine par le calcul :

MÉTHODE :

Le procédé est similaire à celui des fonctions affines sauf que dans ce cas nous avons deux coefficients (a et b) déterminer donc il nous faut deux informations donc les coordonnées de deux points.

EXEMPLE :

Déterminer l'expression de la fonction f dont la courbe passe par les points A(2,5) et B (-1 ;-1)

y= ax+b

A appartient à la droite donc ses coordonnées vérifient l'équation 5=2a+b.

B appartient à la droite donc ses coordonnées vérifient l'équation -1=-1a+b.

Nous sommes donc amenés à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2a+b=5 \\ -a+b=-1 \end{cases}.$$

Après résolution, nous obtenons a =2 et b=1.

CONCLUSION :

La fonction f recherchée est : $f\ :\ x\ \mapsto\ 2x+1$.

Remarque :

b s'appelle l'ordonnée à l'origine car $f(0)=a\ \times\ 0+b=b$ donc la droite passe par le point de coordonnées (0,b) donc par l'ordonnée à l'origine.

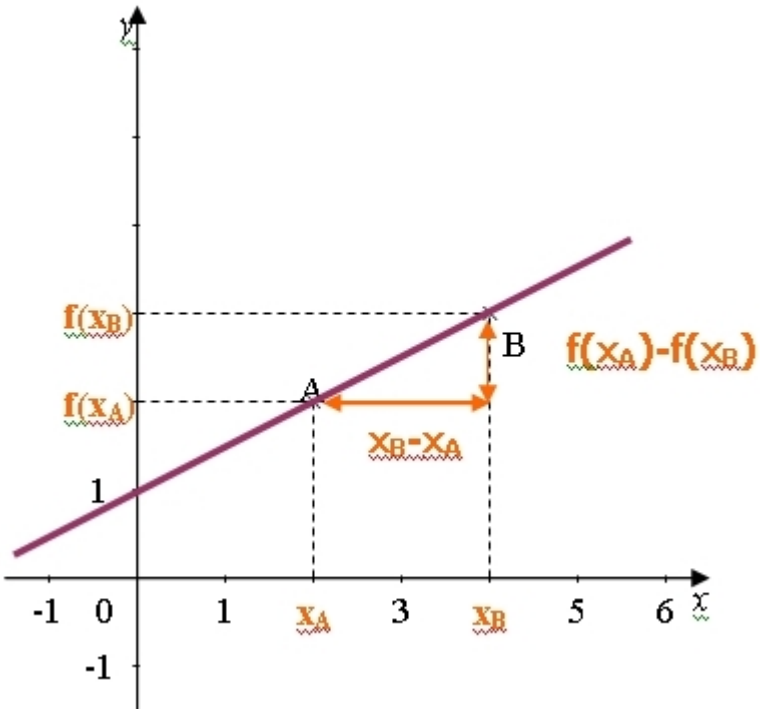
Si le chapitre sur les systèmes n‘a pas été étudié,

a est le coefficient de proportionnalité entre les accroissements de

f(x) et ceux de x donc pour tout nombres x_A et x_B distincts

Donc $a = \dfrac{f(x_A) - f(x_B)}{x_A - x_B}$

et b s‘obtient en résolvant $f(x_A) = ax_A + b$ ou $f(x_B) = ax_B + b$.



Retrouvons l‘expression de la fonction f par cette méthode :

$$a = \frac{f(x_A) - f(x_B)}{x_A - x_B} = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{5 - (-1)}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

ensuite

$f(x_A) = ax_A + b$

5=2a+b

5=2x2+b

b=5-4=1

ou

$f(x_B) = ax_B + b$

-1=2x(-1)+b

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

-1=-2+b

b=-1+2=1

CONCLUSION :

nous retrouvons bien a=2 et b=1 donc $f : x \mapsto 2x + 1$.