

cours de mathématiques en quatrième

Triangle rectangle et cercle circonscrit

1. Cercle circonscrit à un triangle rectangle :

Définition :

Le cercle circonscrit à un triangle ABC est le cercle passant par les trois sommets A, B, C

Activité :

Construire un triangle ABC rectangle en C.

Placer le milieu I du côté [AB].

Construire le point D symétrique du point C par rapport au point I.

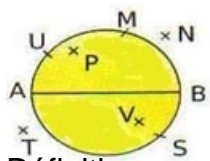
- Démontrer que le quadrilatère ACBD est un rectangle ;
- Tracer le cercle de centre I et de rayon IB ;
- Que peut-on dire de ce cercle ?

Propriété directe:

Si ABC est un triangle rectangle en C

alors

ABC est inscrit dans un cercle de diamètre [AB] et de centre I milieu de [AB].



Définition :

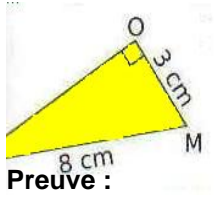
Le segment [AB] est appelé hypoténuse du triangle ABC.

Propriétés de l'hypoténuse :

- l'hypoténuse d'un triangle rectangle est le côté opposé à l'angle droit.
- L'hypoténuse est le côté de plus grande longueur.

Propriété de la médiane :

Si un triangle est rectangle alors l'hypoténuse a pour longueur le double de celle de la médiane issue du sommet de l'angle droit.



Soit ABC rectangle en C

I est le milieu de [AB] donc I est le centre du cercle circonscrit au triangle

donc [AB] est le diamètre du cercle circonscrit au triangle

donc $IA = IB = IC$ (car ce sont des rayons) donc $AB = 2 \times IC$.

Exercice:

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que

$AB=5$ cm, $AC=3$ cm et $BC=4$ cm.

1. Construire ce triangle puis son cercle circonscrit.
2. Construire la médiane issue du sommet C et du sommet A.
3. Calculer le rayon du cercle circonscrit et la longueur de la médiane issue de C.

2. Triangle inscrit dans un cercle :

Activité :

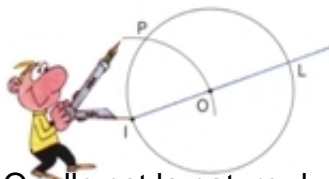
- Tracer un segment [AB], et placer son milieu I.
- Tracer le cercle de diamètre [AB].
- Placer un point C sur ce cercle, distinct de A et B.
- Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ?
- Construire le point D symétrique du point C par rapport au point I.
- Démontrer que le quadrilatère ACBD est un rectangle.
- Que peut-on en conclure pour le triangle ABC ?

Propriété réciproque :

Si un triangle ABC est inscrit dans un cercle et un de ses côtés est un diamètre (ex : [AB]) alors ce triangle est rectangle (ex : en C) et l'hypoténuse est le segment [AB].

Exercice :

On réalise la figure suivante avec un cercle de rayon 7 cm.



- Quelle est la nature du triangle PIL ?(à justifier).
- Quelle est la valeur de PO ?(à justifier).