



Rappel du collège sur les nombres décimaux

Rappel de Collège : Les Nombres Décimaux

LA NOTATION SCIENTIFIQUE D'UN NOMBRE

Elle est de la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$, avec n un entier relatif ($n \in \mathbb{Z}$)

Exemple :

$$12\,345 = 1.2345 \times 10^4$$

$$0.0987 = 9.87 \times 10^{-2}$$

LES NOMBRES DECIMAUX (PURS)

L'écriture décimale d'un nombre se compose d'une partie entière et d'une partie décimale séparées par une virgule (",").

Exemple : 1,5

sa partie entière vaut 1 et sa partie décimale vaut 5

3,14

Sa partie entière vaut 3 et sa partie décimale vaut 14

Règle des 0 non significatifs avant de regarder la partie entière et la partie décimale d'un nombre

A noter qu'on préfère retirer tous les 0 non significatifs(= *inutiles*) qui précèdent l'écriture d'un nombre, à gauche, et tous les 0 non significatifs qui terminent le nombre à droite.

Exemples:

à gauche des 0 inutiles

001234,56789 s'écrira de préférence 1234,456789 mais par contre peut s'écrire 1234,5678900

à droite des 0 inutiles

10,00 s'écrira de préférence 10 mais peut s'écrire 10,000000

LES NOMBRES RATIONNELS

Que dire des nombre qui sont le rapport de deux entiers et de leur écriture décimale?

$3/2 = 1,5$ et c'est simple

Mais $10/3 \approx 3,33333$. le point est là pour indiquer qu'il y a une infinité de 3

Pour certains nombres il nous est donc impossible de décrire entièrement leur partie décimale

LES NOMBRES REELS

Que penser cette fois ci de l'écriture du nombre π qui n'est pas égale à 3,14159265 ?

On s'approche avec une certaine précision de sa valeur réelle, mais il nous est impossible d'écrire entièrement sa partie décimale.

On dit qu'on l'a soit tronqué, soit arrondi...avec une certaine précision!

Pour pouvoir écrire, du moins en partie, ces nombres on utilise ce que l'on appelle une troncature ou un arrondi ou encore une valeur approchée. Par la suite on appellera "nombre décimal" tout nombre (qu'il soit réel, rationnel ou décimal pur) écrit avec un nombre fini de chiffres après la virgule

La Troncature

Définition :

La troncature à l'unité d'un nombre décimal positif est sa partie entière.

On peut l'obtenir en supprimant tous les chiffres à la droite de la virgule.

Exemple : La troncature à l'unité de 12,637 est 12

On définit aussi, si on veut plus de précision :

-La troncature au dixième:

Exemple: La troncature au dixième de 12,637 est 12,6

-La troncature au centième, etc.:

Exemples: La troncature au centième de 12,637 est 12,63

La toncature au millième de 12,637 est 12,637 lui-même

L'arrondi

Définition

L'arrondi à l'unité d'un nombre décimal est le nombre entier le plus proche de celui-ci.

Exemple - L'arrondi à l'unité du nombre 56,8 est le nombre entier 57

Par convention, l'arrondi à l'unité du nombre 53,5 est 54

Pour des nombres positifs :

Si le chiffre après la virgule est inférieur à 5 (c'est à dire appartient à $\{0;1;2;3;4\}$), on arrondit à l'entier inférieur.

Exemple : l'arrondi à l'unité de 53,4 = 53

Si le chiffre après la virgule est supérieur ou égal à 5 (c'est à dire appartient à $\{5;6;7;8;9\}$),

on arrondit à l'entier supérieur.

Valeur approchée à l'unité

Définitions :

- La valeur approchée à l'unité par défaut d'un nombre décimal est le nombre décimal n'ayant pas de virgule.

C'est la troncature à l'unité de ce nombre.

- La valeur approchée à l'unité par excès d'un nombre décimal est le nombre sans virgule immédiatement supérieur à ce nombre décimal.

Exemple $34 < 34,56 < 35$, où 34 est la valeur approchée à l'unité par défaut et 35 la valeur approchée à l'unité par excès.

Valeur approchée au dixième (*il en ira de même pour "au centième", "au millième", etc.*)

Définition :

- La valeur approchée au dixième par défaut d'un nombre décimal est le nombre décimal ayant un seul chiffre après la virgule immédiatement inférieur à ce nombre. C'est la troncature au dixième de ce nombre.

- La valeur approchée au dixième par excès d'un nombre décimal est le nombre décimal ayant un seul chiffre après la virgule immédiatement supérieur à ce nombre.

Exemples : $3,7 < 3,771 < 3,8$ à gauche la valeur approchée au *dixième* par défaut, ...

$3,77 < 3,771 < 3,78$ à droite la valeur approchée au *centième* par excès, à gauche... par défaut

Arrondi et valeurs approchées

Remarque :

L'arrondi à l'unité, au dixième, au centième d'un nombre décimal est celle des deux valeurs approchées par défaut ou par excès à l'unité, au dixième, au centième, qui est la plus proche de ce nombre.

Exemples :

L'arrondi au dixième de 17,527 est 17,5.

C'est la valeur approchée au dixième par défaut de 17,527.

L'arrondi au dixième de 17,493 est 17,5.

C'est la valeur approchée au dixième par excès de 17,493.

Dernière comparaison entre arrondi et valeur approchée selon le signe du nombre décimal

- L'arrondi de x à l'unité est une valeur approchée de x à 1 près ;
si x est positif, cette valeur approchée est *par défaut* lorsque la première décimale de x est 0, 1, 2, 3 ou 4, *par excès* lorsque cette décimale est 5, 6, 7, 8 ou 9 ;
si x est négatif, cette valeur approchée est *par excès* lorsque la première décimale de x est 0, 1, 2, 3 ou 4, *par défaut* lorsque cette décimale est 5, 6, 7, 8 ou 9.
- L'arrondi de x au dixième est une valeur approchée de x à 0,1 près ;
si x est positif, cette valeur approchée est *par défaut* lorsque la deuxième décimale de x est 0, 1, 2, 3 ou 4, *par excès* lorsque cette décimale est 5, 6, 7, 8 ou 9 ;
si x est négatif, cette valeur approchée est *par excès* lorsque la deuxième décimale de x est 0, 1, 2, 3 ou 4, *par défaut* lorsque cette décimale est 5, 6, 7, 8 ou 9.