

cours de mathématiques en quatrième

Les puissances de 10

Introduction :

Taille de l'univers (ordre de grandeur) : 10 000 000 000 000 000 000 000 m

Taille du noyau atomique (ordre de grandeur) : 0,000 000 000 000 001 m

Peu pratique non ?

1. Définition et vocabulaire :

a. Définition 1 :

Soit n un entier positif

$$10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10 \text{ (} n \text{ fois)}$$

$$\text{et } 10^0 = 1$$

Exemples :

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ (3 fois)}$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$$

Ecrire la taille de l'univers sous la forme d'une puissance de 10 .

Cas particuliers :

“Si $n = 2$, on dit que 10^2 est le « carré » de 10, se lit « dix au carré » .

“Si $n = 3$, on dit que 10^3 est le « cube » de 10, se lit « dix au cube » .

Remarque : L'exposant est **toujours prioritaire** sur les autres opérations.

$$2 + 10^2 = 2 + 10 \times 10 = 2 + 100 = 102.$$

b. Définition 2 :

Soit n un entier positif.

On définit le nombre 10^{-n} de la façon suivante :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Exemple :

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

2. Règles de calcul sur les puissances de 10 : a. Propriété n° 1 : produit de puissances.

Soient m et n deux entiers relatifs .

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$$

Exemple :

$$10^5 \times 10^3 = 10^{5+3} = 10^8$$

$$10^{-7} \times 10^5 = 10^{-7+5} = 10^{-2}$$

b. Propriété n° 2 : puissance de puissance.

Soient m et n deux entiers relatifs .

$$(10^m)^n = 10^{m \times n}$$

Exemple :

$$(10^5)^3 = 10^{5 \times 3} = 10^{15}$$

$$(10^{-2})^3 = 10^{(-2) \times 3} = 10^{-6}$$

c. Propriété n° 3 : quotient de puissances.

Soient m et n deux entiers relatifs .

$$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$$

Exemple :

$$\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5$$

$$\frac{10^5}{10^{-2}} = 10^{5-(-2)} = 10^{5+2} = 10^7$$

II. Ecriture scientifique :

Propriété :

un nombre décimal admet plusieurs écritures sous la forme de produit d'un décimal par une puissance de 10.

Exemples :

$$36541,25 = 36,54125 \times 10^3 = 0,003654125 \times 10^7 = 3654125 \times 10^{-2}$$

Définition :

Ecrire un nombre sous forme scientifique,

c'est l'écrire sous la forme : $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$

Exemples d'écritures scientifiques :

$$36541,25 = 3,654125 \times 10^4 \text{ avec } 1 \leq 3,654125 < 10.$$

$$0,0058 = 5,8 \times 10^{-3} \text{ avec } 1 \leq 5,8 < 10.$$