

cours de mathématiques en quatrième

Le calcul littéral et double distributivité

I. Développer et réduire une expression.

0. Préambule: règle des signes.

Afin de pouvoir être à l'aise avec le calcul littéral (ou algébrique), il faut impérativement maîtriser la règle des signes.

Multiplié par	+	-
+	+	-
-	-	+

Définition :

Développer une expression c'est l'écrire sous la forme d'une somme de termes la plus simple possible.

- on développe les produits,
- on supprime les parenthèses,
- on regroupe les termes de même nature .

1. Double distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction : (rappels de 5ème)

Propriétés :

Soient a, b, k des nombres quelconques.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \text{ (simple distributivité)}$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b \text{ (simple distributivité)}$$

Exemples :

////////////////////////////////////

$$\begin{aligned}12 \times 108 \\&= 12 \times (100 + 8) \\&= 12 \times 100 + 12 \times 8 \\&= 1200 + 96 \\&= 1296\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}14 \times 999 \\&= 14 \times (1000 - 1) \\&= 14 \times 1000 - 14 \times 1 \\&= 14000 - 14 \\&= 13\,986\end{aligned}$$

////////////////////////////////////

$$\begin{aligned}A &= 5 (X + 3) \\A &= 5xX + 5x3 \\A &= 5X + 15\end{aligned}$$

////////////////////////////////////

$$\begin{aligned}B &= 7 (2X - 3Y) \\B &= 7x2X - 7x3Y \\B &= 14X - 21Y\end{aligned}$$

2. Suppression des parenthèses :
a. Parenthèses précédées du signe :

Règle n° 1 :

on supprime des parenthèses précédées du signe + , sans changer l'expression des termes inclus dans la parenthèse.

Exemples :

$$\begin{aligned}3 + (4,1 + 3) &= 3 + 4,1 + 3 = - 4,1 . \\2 + (2 - 10,7) &= 2 + 2 - 10,7 = - 6,7 . \\x + (- 2,1 - 3,7) &= x - 2,1 - 3,7 = x - 5,8 .\end{aligned}$$

b. Parenthèses précédées du signe "-" :

Règle n° 2 :

on supprime les parenthèses précédées du signe - ,
à condition de changer les signes des termes inclus dans la parenthèse.

•Exemples :

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (-b + c) = a + b - c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$3 - (4,1 + 3) = 3 - 4,1 - 3 = -4,1$$

$$2(2 + 10,7) = 2 \cdot 2 + 10,7 = 14,7$$

$$x - (-2,1 + 3,7) = x + 2,1 - 3,7 = x - 1,6$$

$$A = 4x + 28 - (6x^2 - 2x + 12x - 4)$$

$$A = 4x + 28 - 6x^2 + 2x - 12x + 4$$

On regroupe les termes de même nature :

$$A = -6x^2 - 6x + 32$$

$$B = 3x^2 + x - (x^2 + 3x - 1)$$

$$B = 3x^2 + x - x^2 - 3x + 1$$

$$B = 3x^2 - x^2 + x - 3x + 1$$

$$B = 2x^2 - 2x + 1$$

II. Double distributivité :

Proposition :

Soient a, b, c, d quatre nombres. $(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$ (double distributivité)

•Exemples :

• Développer et réduire $A = (X + 5)(X + 1)$

$$A = (X + 5)(X + 1)$$

$$A = X \times X + X \times 1 + 5 \times X + 5 \times 1$$

$$A = X^2 + X + 5X + 5$$

$$A = X^2 + 6X + 5$$

• Développer et réduire $B = (X + 3)(X - 2)$

$$B = (X + 3)(X - 2)$$

On développe en appliquant la règle des signes .

$$B = X \times X - X \times 2 + 3 \times X - 3 \times 2$$

$$B = X^2 - 2X + 3X - 6$$

$$B = X^2 + X - 6$$

• Développer et réduire $B = (2X - 4)(5X + 3)$

$$B = (2X - 4)(5X + 3)$$

On développe en appliquant la règle des signes.

$$B = 2X \times 5X + 2X \times 3 - 4 \times 5X - 4 \times 3$$

$$B = 10X^2 - 6X - 20X - 12$$

$$B = 10X^2 - 26X - 12$$

III. Factoriser une somme de termes

Définition :

Factoriser une somme de termes, c'est la transformer en un produit de facteurs.

Méthode :

On recherche un facteur commun aux différents termes de la somme.

$$A = 4X + 12 \text{ (4 est un facteur commun à } 4x \text{ et à } 12)$$

On fait apparaître le facteur commun

$$A = 4 \times X + 4 \times 3$$

On applique la règle de la distributivité (dans le sens de la factorisation)

$$A = 4 \times (X + 3)$$

////////////////////////////////////

$$B = 5a^2 - 25a$$

$$B = 5a \times a - 5a \times 5$$

$$B = 5a (a - 5)$$

////////////////////////////////////

$$C = (2x + 1)(7x - 3) + (2x + 1)(x + 2)$$

$$C = (2x + 1)[(7x - 3) + (x + 2)]$$

$$C = (2x + 1)(7x - 3 + x + 2)$$

$$C = (2x + 1)(8x - 1)$$

////////////////////////////////////

$$D = (5x - 1)(3x - 7) - (5x - 1)(5x - 3)$$

$$D = (5x - 1)[(3x - 7) - (5x - 3)]$$

$$D = (5x - 1)(3x - 7 - 5x + 3)$$

$$D = (5x - 1)(-2x - 4)$$