

Généralités sur les fonctions numériques.

I. Opérations algébriques sur les fonctions :

1. Égalité :

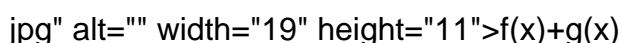
Définition :

Dire que deux fonctions f et g sont égales, ce que l'on note alors $f = g$, signifie qu'elles ont le même ensemble de définition D et que, pour tout x de D , $f(x) = g(x)$.

2. Opérations :

Soient f et g deux fonctions définies respectivement sur D_f et D_g .

Opérations :



Opération	Notation	Définition	Définie pour :
Somme	$f+g$	$D_f \cap D_g$	$D_f \cap D_g$
Différence	$f-g$	$x \mapsto f(x)-g(x)$	$D_f \cap D_g$
Produit	fg	$x \mapsto f(x)g(x)$	$D_f \cap D_g$
quotient	$\frac{f}{g}$	$x \mapsto \frac{f(x)}{g(x)}$	$D_f \cap D_g - \{x \in D_g, g(x) \neq 0\}$

3. Composition de fonctions :

Définition :

Etant donné deux fonction f et g , la fonction $g \circ f$ (lire « g rond f ») est la fonction définie par

$$g \circ f(x) = g[f(x)]$$

L'ensemble de définition de $g \circ f$ est constitué de tous les nombres x tels que x soit dans D_f et $f(x)$ soit dans D_g .

Exemple :

f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x)=x-2$ et g est la fonction carrée.

Dans $g(x)$, on remplace x par $f(x)$.

Alors $g(f(x))= (x-2)^2$

Donc $g \circ f$ est la fonction $x \mapsto (x-2)^2$ définie sur \mathbb{R} .

II. Sens de variation:

1. Sens de variation d'une somme de fonction :

théorème 1 :

- La somme de deux fonctions strictement croissantes sur un intervalle I est une fonction strictement croissante sur I .
- La somme de deux fonctions strictement décroissantes sur un intervalle I est une fonction strictement décroissante sur I .

2. Sens de variation de ku :

Définition :

Soit u une fonction définie sur un intervalle I et k un nombre réel.

ku est la fonction $x \mapsto ku(x)$.

Exemple :

si $u(x)=x^2+3$, la fonction $5u$ (ici $k=5$) est $x \mapsto 5(x^2+3)$ ainsi $(5u)(x)=5x^2+15$.

Théorème 2 :

- Si $k>0$, u et ku ont le même sens de variation sur I .
- Si $k<0$, u et ku varient en sens contraires sur I .

3. Sens de variation d'une composée de fonctions :

Théorème 3 :

Soient f et g deux fonctions strictement monotones, I est un intervalle inclus dans D_f , J un intervalle inclus dans D_g tel que pour tout x dans I , $f(x)$ soit dans J .

- Lorsque f et g ont même sens de variation, alors $g \circ f$ est strictement croissante sur I .
- Lorsque f et g ont des sens de variation différents, alors $g \circ f$ est strictement décroissante sur I .