

# cours de mathématiques en seconde

## Ensembles de nombres et calculs.

I. Introduction aux différents ensembles de nombres :

1. L'ensemble des réels :

Définition :

L'ensemble de tous les nombres se nomme l'ensemble des réels.  
On le note  $\mathbb{R}$  (de l'allemand real)

Exemples :

Les nombres suivants sont des nombres réels :

$$0; 1; -3; \sqrt{2}; \frac{3}{5}; \pi$$

2. L'ensemble des entiers naturels :

Définition :

c'est l'ensemble de tous les entiers positifs ou nul.  
On le note  $\mathbb{N}$  (de l'italien naturale)

Remarque :

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$

3. L'ensemble des entiers relatifs :

Définition :

c'est l'ensemble de tous les entiers positifs, négatifs et nul.  
On le note  $\mathbb{Z}$  (de l'allemand zahlen : compter)

Remarque :

$$\mathbb{Z} = \{ \dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \dots \}$$

4. L'ensemble des nombres décimaux : Définition :

c'est l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire avec un nombre fini de décimales.  
On le note  $\mathbb{D}$  (du français décimale) .

Exemples :

Les nombres suivants sont des nombres décimaux :

$$0 ; 1 ; -3,2 ; 5,689 ; \frac{4}{5}$$

par contre 0,333333..... n'est pas un nombre décimal puisque sa partie décimale est infinie.

5. L'ensemble des nombres rationnels : Définition :

c'est l'ensemble des nombres pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction d'entiers relatifs.  
On le note  $\mathbb{Q}$  (de l'italien quotienté) .

Exemples :

Les nombres suivants sont des nombres rationnels :

$$0 ; 1 ; -3,2 ; 7,069 ; \frac{4}{5}$$

6. L'ensemble des nombres irrationnels :

Définition :

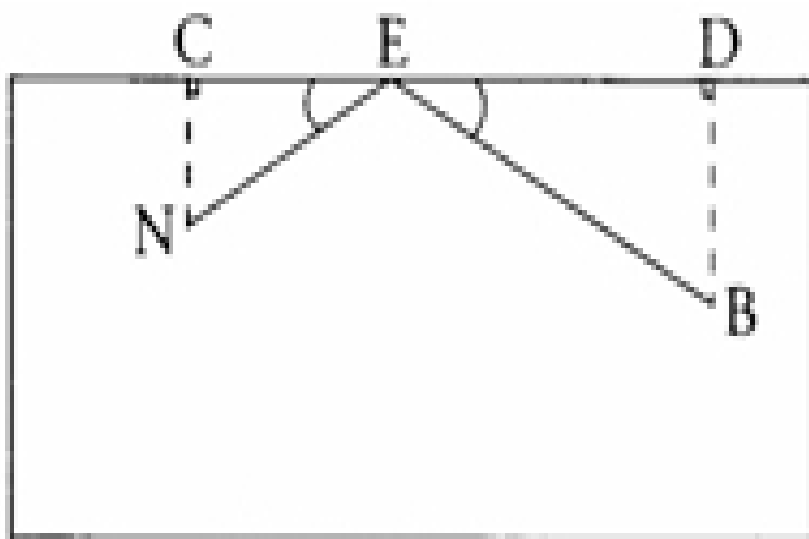
c'est l'ensemble des nombres qui ne sont pas rationnels ; que l'on ne peut donc pas écrire sous forme de fraction.  
On le note  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  (l'ensemble des réels privé des rationnels) .

Exemples :

Les nombres suivants sont des nombres irrationnels :

$$\pi ; \sqrt{2} ; \sqrt{3}$$

Bilan :



II. Regles de calcul :

1. Les fractions :

Proprietes :

Soient a,b,c,d quatres nombres reels tels que  $b \neq 0$  ;  $d \neq 0$ .

$$\bullet \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\bullet \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

$$\bullet \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\bullet \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

2. Les racines carrees :

Definition:

Soit  $x$  un nombre réel positif, la **racine carrée** de  $x$  est le nombre positif dont le carré est égal à  $x$ .

Ce nombre est noté :  $\sqrt{x}$ .

$$\boxed{(\sqrt{x})^2 = x}$$

Propriétés :

- Si  $a \geq 0$ ,  $\sqrt{a^2} = a$ .
- Si  $a \geq 0$   $b \geq 0$  :  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ .
- Si  $a \geq 0$   $b > 0$  :  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .

Exemples :

Simplifier les expressions suivantes :

$$\bullet A = \sqrt{27} + \sqrt{108} - 2\sqrt{75}$$

$$\bullet B = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$\bullet C = \frac{1-2\sqrt{3}}{3+\sqrt{5}} = \frac{1-2\sqrt{3}}{3+\sqrt{5}} \times \frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = \frac{3-\sqrt{5}-6\sqrt{3}+2\sqrt{15}}{-2} = -\frac{3-\sqrt{5}-6\sqrt{3}+2\sqrt{15}}{2}$$

Remarque :

- $3-\sqrt{5}$  s'appelle **la quantité conjuguée** de l'expression  $3+\sqrt{5}$ .

3. Les puissances :

Définition:

$$\bullet a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

Propriétés :

- Si  $a \neq 0$ ,  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$   $a^0 = 1$ .

---

- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ .

- $(a^m)^n = a^{mn}$ ,  $(ab)^n = a^n \times b^n$ .

- Si  $b \neq 0$ ,  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ .