

Corrigé du contrôle de maths Terminale : listes, permutations et arrangements

Barème du contrôle

Exercice	Points
Exercice 1 : Principes additif et multiplicatif	4 points
Exercice 2 : Codes de cadenas et mots de passe	4 points
Exercice 3 : Podium d'une finale	4 points
Exercice 4 : Tirages dans une urne	4 points
Exercice 5 : Le club de théâtre	4 points
Total	20 points

Exercice 1 : Principes additif et multiplicatif (4 points)

- a. Hugo choisit successivement une entrée (3 choix), un plat (4 choix) et un dessert (2 choix). D'après le principe multiplicatif, il y a $3 \times 4 \times 2 = 24$ formules. **Hugo peut composer 24 formules complètes.**
- b. Formules « entrée et plat » : $3 \times 4 = 12$. Formules « plat et dessert » : $4 \times 2 = 8$. Ces deux types de repas sont distincts (l'un contient une entrée, l'autre non), donc d'après le principe additif : $12 + 8 = 20$. **Sarah peut composer 20 repas différents.**
- c. Pour former une partie de $\mathcal{E}$, on décide pour chacun des 4 éléments a , b , c , d s'il est dans la partie (« oui ») ou non (« non »). Chaque partie correspond à une seule liste de 4 réponses,

et réciproquement ; il y a 2^4 telles listes. E possède $2^4 = 16$ parties (dont l'ensemble vide et E lui-même).

- d. Choisir les ingrédients revient à choisir une partie d'un ensemble à 6 éléments : il y a $2^6 = 64$ pizzas possibles. Une seule n'a aucun ingrédient ajouté (la partie vide). **Il y a $64 - 1 = 63$ pizzas avec au moins un ingrédient ajouté.**

Barème : a) 0,5 point pour le principe multiplicatif, 0,5 point pour le résultat ; b) 0,5 point pour les deux produits, 0,5 point pour l'addition justifiée ; c) 0,5 point pour la justification, 0,5 point pour 16 ; d) 0,5 point pour 2^6 , 0,5 point pour 63.

Exercice 2 : Codes de cadenas et mots de passe (4 points)

- a. Un code est une liste de 4 chiffres (un 4-uplet) de l'ensemble $\{0 ; , ; \text{etc.} \} ; 9\}$, qui a 10 éléments, les répétitions étant permises. **Il y a $10^4 = 10\,000$ codes.**
- b. Il s'agit de listes de 4 chiffres distincts : 10 choix pour le premier, 9 pour le deuxième, 8 pour le troisième, 7 pour le dernier. **Il y a $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5\,040$ codes à chiffres tous différents.**
- c. « Au moins deux chiffres identiques » est le contraire de « tous les chiffres différents ». **Il y a $10\,000 - 5\,040 = 4\,960$ codes avec au moins deux chiffres identiques.**
- d. Chaque caractère est choisi parmi $26 + 10 = 36$ symboles, avec répétition possible : il y a $36^6 = 2\,176\,782\,336$ mots de passe.

Durée maximale : $\frac{2\,176\,782\,336}{1\,000\,000} \approx 2\,176,8$ secondes, et $\frac{2\,176,8}{60} \approx 36,3$ minutes.

Il y a $36^6 = 2\,176\,782\,336$ mots de passe, testés en 36 minutes environ au maximum.

Barème : a) 0,5 point pour le modèle, 0,5 point pour le résultat ; b) 0,5 point pour le produit justifié, 0,5 point pour le résultat ; c) 0,5 point pour le complémentaire, 0,5 point pour le résultat ; d) 0,5 point pour 36^6 , 0,5 point pour la durée.

Erreur fréquente : en c), calculer « exactement deux chiffres identiques ». La consigne dit « au moins deux » : le passage au contraire évite de distinguer les nombreux cas.

Exercice 3 : Podium d'une finale (4 points)

- a. Un podium est une liste ordonnée de 3 coureuses distinctes parmi 8 : c'est un arrangement. 8 choix pour l'or, puis 7 pour l'argent, puis 6 pour le bronze : $8 \times 7 \times 6 = 336$.

Avec des factorielles : $8 \times 7 \times 6 = \frac{8!}{5!}$, car $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5!$.

Il y a $\frac{8!}{5!} = 336$ podiums possibles.

- b. Un classement complet est une permutation des 8 coureuses. **Il y a $8! = 40\,320$ classements possibles.**

- c. L'or est attribué à Léna ; il reste 7 choix pour l'argent puis 6 pour le bronze. **Il y a $7 \times 6 = 42$ podiums avec Léna en or.**

- d. Léna peut avoir l'une des 3 médailles (3 choix de place) ; pour chacune, les deux autres places sont occupées par deux coureuses distinctes parmi les 7 autres, dans l'ordre : $7 \times 6 = 42$ choix. **Il y a $3 \times 42 = 126$ podiums comprenant Léna.**

Vérification par le complémentaire : les podiums sans Léna sont au nombre de $7 \times 6 \times 5 = 210$, et $336 - 210 = 126$.

Barème : a) 0,5 point pour 336, 0,5 point pour l'écriture $\frac{8!}{5!}$; b) 0,5 point pour « permutation », 0,5 point pour le résultat ; c) 1 point ; d) 0,5 point pour la méthode, 0,5 point pour le résultat.

Exercice 4 : Tirages dans une urne (4 points)

- a. Avec remise, un résultat est un 3-uplet de l'ensemble $\{1 ; , ; 3 ; 4 ; 5\}$, avec répétitions possibles. **On peut obtenir $5^3 = 125$ triplets.**
- b. Sans remise, l'arbre montre 5 branches au premier tirage, puis 4 branches issues de chaque boule, puis 3 branches issues de chaque couple : le nombre de chemins complets est $5 \times 4 \times 3$. **Il y a $5 \times 4 \times 3 = 60$ triplets sans remise.**
- c. Le premier numéro est 2 ou 4 : 2 choix ; il reste ensuite 4 boules pour le deuxième tirage et 3 pour le troisième. **Il y a $2 \times 4 \times 3 = 24$ triplets commençant par un numéro pair.**
- d. On passe au contraire : les triplets ne contenant jamais le 5 sont formés avec les 4 autres numéros, il y en a $4^3 = 64$. **Il y a $125 - 64 = 61$ triplets contenant au moins une fois le 5.**

Barème : a) 1 point ; b) 0,5 point pour la lecture de l'arbre, 0,5 point pour le résultat ; c) 0,5 point pour le choix du premier numéro, 0,5 point pour le résultat ; d) 0,5 point pour 4^3 , 0,5 point pour le résultat.

Exercice 5 : Le club de théâtre (4 points)

- a. Les rôles sont différents, donc l'ordre compte, et un élève ne peut pas occuper deux postes : c'est un arrangement de 3 élèves parmi 15. **Il y a $15 \times 14 \times 13 = 2\,730$ bureaux possibles.**
- b. Les 5 lettres de DRAME sont toutes différentes : une anagramme est une permutation de ces 5 lettres. **Il y a $5! = 120$ anagrammes.**
- c. Les voyelles sont A et E. La première et la dernière lettre sont A et E dans un ordre ou dans l'autre : 2 choix. Les 3 consonnes D, R, M se placent ensuite dans les 3 places du milieu : $3! = 6$ façons. **Il y a $2 \times 6 = 12$ anagrammes qui commencent et finissent par une voyelle.**
- d. Un groupe de départ est une partie de l'ensemble des 15 élèves : chacun répond « je pars » ou « je ne pars pas ». **Il y a $2^{15} = 32\,768$ groupes possibles.**

Barème : a) 0,5 point pour le modèle (arrangement), 0,5 point pour le résultat ; b) 0,5 point pour « permutation », 0,5 point pour $5! = 120$; c) 0,5 point pour les 2 choix des extrémités, 0,5 point pour le résultat ; d) 0,5 point pour le lien avec les parties, 0,5 point pour le résultat.

Après le corrigé du contrôle : listes, permutations et arrangements

Pour consolider ce que le corrigé t'a appris, relis le cours « [La logique combinatoire](#) » en Terminale.

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : combinaisons et triangle de Pascal](#)
- [Contrôle de maths Terminale : dénombrement et loi binomiale](#)