Corrigé du contrôle de maths 3ème : transformations du plan et frises

Barème du contrôle

Exercice	Points
Exercice 1 : Propriétés des transformations	3 points
Exercice 2 : Un pavage de fanions	5 points
Exercice 3 : Une frise tracée avec Scratch	5 points
Exercice 4 : Transformations dans un hexagone	4 points
Exercice 5 : Une banderole agrandie	3 points
Total	**20 points**

Exercice 1 : Propriétés des transformations (3 points)

a. **La symétrie axiale, la symétrie centrale, la translation et la rotation conservent les longueurs.** En revanche, l'homothétie de rapport 3 ne les conserve pas : elle les multiplie par 3.

b. Une homothétie de rapport 3 **multiplie les longueurs par 3, conserve les mesures des angles et multiplie l'aire par** $3^2 = 9$ **.** Le triangle image a donc la même forme, en trois fois plus grand.

c. **1. Vrai** : en effet, tourner de 180° autour d'un point revient à prendre le symétrique par rapport à ce point.
2. Vrai : avec le rapport -1, l'image M' de M vérifie $OM' = OM$, M' étant de l'autre côté de

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

O. Ainsi, O est le milieu de [MM'].
3. Faux : car une rotation conserve les longueurs et les mesures des angles.
4. Vrai : une translation conserve les longueurs, donc les aires.

Barème : a) 1 point (0,5 point si une transformation est oubliée ou si l'homothétie est citée). Puis la b) donne 0,25 point pour les longueurs, 0,25 point pour les angles, 0,5 point pour l'aire. Enfin, la c) donne 0,25 point par réponse.

Exercice 2 : Un pavage de fanions (5 points)

a. Le motif 3 a la même orientation que le motif 1 : il a simplement glissé de deux cases vers la droite. **C'est donc la translation qui transforme A en C.**

b. Le motif 5 est le « reflet » du motif 1 par rapport au côté commun des cases 1 et 5. Ainsi, le drapeau, en haut dans la case 1, se retrouve en bas dans la case 5. **C'est donc la symétrie axiale d'axe (FG).**

c. Le motif 6 est le motif 1 retourné « tête en bas » : le drapeau pointe vers la gauche et se trouve en bas. De plus, le point G est le milieu du segment qui relie deux points correspondants des motifs 1 et 6. **C'est donc la symétrie centrale de centre G** (ou la rotation de centre G et d'angle 180°).

d. ### Question d : décrire la rotation

Le point G est commun aux cases 1 et 2. Le mât, vertical dans le motif 1, devient horizontal dans le motif 2. Puis le drapeau, qui pointait vers la droite, pointe vers le bas : le motif a donc tourné d'un quart de tour. **C'est la rotation de centre G, d'angle 90°, dans le sens des aiguilles d'une montre.**

e. Le motif 4 est le reflet du motif 3 par rapport au côté commun des cases 3 et 4. **C'est donc la symétrie axiale d'axe (DI).**
Ensuite, la translation qui transforme A en C fait glisser chaque motif de deux cases vers la droite, sans le tourner. Ainsi, **l'image du motif 5 est le motif 7.**

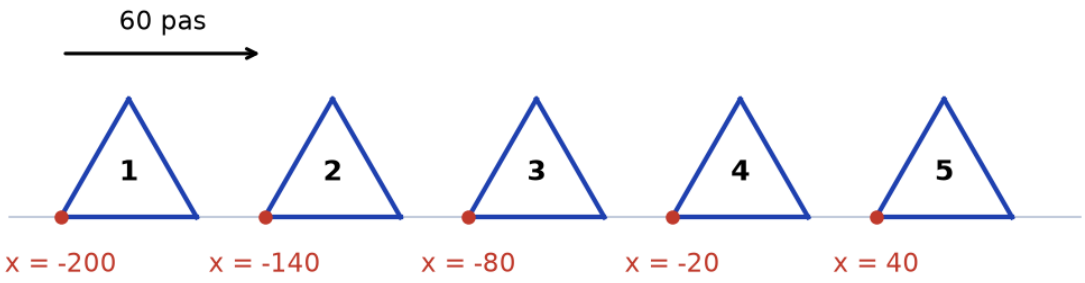
Erreur fréquente : répondre « c'est une rotation » sans donner le centre, l'angle et le sens. En effet, une transformation n'est décrite que si l'on donne tous ses éléments.

Barème : a), b) et c) 0,5 point pour le type de transformation, 0,5 point pour l'élément caractéristique (translation définie par deux points, axe, centre). Puis la d) donne 0,25 point pour le centre, 0,25 point pour l'angle, 0,5 point pour le sens. Enfin, la e) donne 0,5 point pour la symétrie d'axe (DI), 0,5 point pour le motif 7.

Exercice 3 : Une frise tracée avec Scratch (5 points)

a. Chaque angle d'un triangle équilatéral mesure 60°. Or, arrivé à un sommet, le lutin ne tourne pas de l'angle intérieur. Il tourne de l'angle qui lui manque pour faire demi-tour : $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. **Ainsi, le lutin tourne de 120°, l'angle extérieur du triangle, pour que l'angle intérieur mesure 60°.** Vérifions : trois rotations de 120° font $3 \times 120^\circ = 360^\circ$. Le lutin revient donc dans sa direction de départ.

b. La boucle est répétée 5 fois et chaque passage trace un triangle : **5 triangles sont donc tracés.** Avec 1 cm pour 20 pas, chaque côté mesure 2 cm. Puis l'espace entre deux triangles mesure 1 cm (car $60 - 40 = 20$ pas).



c. Après chaque triangle, le lutin est revenu à son point de départ, orienté vers la droite. Il avance alors de 60 pas sans tracer. **Ainsi, le deuxième triangle est l'image du premier par la translation de 60 pas vers la droite**. Cette translation transforme donc le point $(-200\ ;\ 0)$ en $(-140\ ;\ 0)$.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

d. ## Question d : les abscisses du lutin

Chaque triangle commence 60 pas plus à droite que le précédent : $-200 + 4 \times 60 = -200 + 240 = 40$. **Donc le cinquième triangle commence à l'abscisse 40.**
Après le cinquième triangle, le lutin avance encore de 60 pas : $-200 + 5 \times 60 = 100$. **Ainsi, à la fin, le lutin est à l'abscisse 100.**

e. Pour que les triangles se touchent, le lutin doit avancer exactement d'une longueur de côté après chaque triangle. **Il faut donc remplacer « avancer de 60 pas » par « avancer de 40 pas ».** Chaque triangle est alors l'image du précédent par la translation de 40 pas vers la droite. Ainsi, **le premier triangle a pour image le troisième par la translation de 80 pas vers la droite** ($2 \times 40 = 80$).

Barème : a) 0,5 point pour l'angle intérieur de 60°, 0,5 point pour l'explication de l'angle de 120°. Puis la b) donne 0,5 point pour la frise, 0,5 point pour les 5 triangles. Ensuite, la c) donne 0,5 point pour la translation, 0,5 point pour la distance et le sens. La d) donne aussi 0,5 point par abscisse. Enfin, la e) donne 0,5 point pour la modification, 0,5 point pour la translation de 80 pas.

Exercice 4 : Transformations dans un hexagone (4 points)

Dans un hexagone régulier de centre O, les six triangles sont équilatéraux. Ainsi, les angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ et les suivants mesurent tous 60°.

a. La rotation de centre O d'angle 120° fait tourner chaque sommet de deux « crans » de 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Ainsi, O a pour image O, A a pour image C et B a pour image D. **L'image du triangle 1 (OAB) est donc le triangle OCD, c'est-à-dire le triangle 3.**

b. O est le milieu de [AD] et de [BE], car ce sont des diagonales de l'hexagone régulier. Par la symétrie de centre O, O a donc pour image O, A a pour image D et B a pour image E. **Ainsi, l'image du triangle 1 est le triangle ODE, c'est-à-dire le triangle 4.**

c. La droite (AD) est un axe de symétrie de l'hexagone. A et O sont sur l'axe, ils sont donc leur propre image, et B a pour image F. **Ainsi, l'image du triangle 1 est le triangle OAF, c'est-à-dire le**

triangle 6.

d. A a pour image O. Puis les points A, O et D sont alignés avec $OA = OD$, donc O a pour image D. Le quadrilatère OABC a ses quatre côtés égaux : c'est un losange, donc un parallélogramme. Ainsi, la translation qui transforme A en O transforme aussi B en C. **L'image du triangle 1 est donc le triangle DOC, c'est-à-dire le triangle 3.** On remarque alors que deux transformations différentes peuvent transformer le triangle 1 en le triangle 3.

Barème : pour chaque question, 0,5 point pour les images des sommets, 0,5 point pour le numéro du triangle.

Exercice 5 : Une banderole agrandie (3 points)

a. Une homothétie de rapport $1{,}5$ multiplie les longueurs par $1{,}5$: $8 \times 1{,}5 = 12$. **Ainsi, le motif agrandi mesure 12 cm de large.**

b. Les aires sont multipliées par $1{,}5^2 = 2{,}25$: $36 \times 2{,}25 = 81$. **Donc le motif agrandi a une aire de $81\ \text{cm}^2$.**

c. La banderole mesure $1{,}80\ \text{m} = 180\ \text{cm}$, et $180 \div 12 = 15$. **Nathan peut donc placer exactement 15 motifs agrandis.**

Erreur fréquente : multiplier l'aire par $1{,}5$ et trouver $54\ \text{cm}^2$. En effet, c'est le carré du rapport qui agit sur les aires.

Barème : a) 1 point. Puis la b) donne 0,5 point pour le coefficient $2{,}25$, 0,5 point pour le résultat. Enfin, la c) donne 0,5 point pour la conversion en cm, 0,5 point pour le résultat.

Revenir à l'énoncé du contrôle

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

Après le corrigé du contrôle : transformations du plan et frises

Pour consolider ce que le corrigé t'a appris, relis le cours « Homothéties » en 3ème puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** homothéties.

Retrouve tous les **contrôles de maths en 3ème** classés par chapitre, ou choisis un autre niveau sur la page contrôles de maths du CP à la Terminale.

Autres contrôles de maths en 3ème sur ce thème

- Contrôle de maths 3ème : homothéties : constructions et calculs