

Corrigé du contrôle de maths 3ème : nombres premiers et décomposition en facteurs

Barème du contrôle

Exercice	Points
Exercice 1 : Automatismes	4 points
Exercice 2 : Critères de divisibilité	4 points
Exercice 3 : Décomposer en produit de facteurs premiers	5 points
Exercice 4 : Des fractions irréductibles	3 points
Exercice 5 : Le nombre mystère	4 points
Total	20 points

Exercice 1 : Automatismes (4 points)

- a. $91 = 7 \times 13$, donc 91 a d'autres diviseurs que 1 et lui-même : **91 n'est pas un nombre premier.**
- b. D'après la liste des nombres premiers, ceux compris entre 20 et 40 sont **23 ; 29 ; 31 et 37.**
- c. On calcule d'abord les puissances : $2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$. **Le résultat est donc 72.**
- d. 1 155 se termine par 5, donc il est divisible par 5 : $1\,155 = 5 \times 231$. **5 est un diviseur de 1 155** (3, 7 ou 11 conviennent aussi).

Barème : 1 point par réponse exacte, car aucune justification n'est exigée. En b, on accorde toutefois 0,5 point si un seul nombre manque ou est en trop.

Exercice 2 : Critères de divisibilité (4 points)

- a. On utilise d'abord les critères de divisibilité. Un nombre est divisible par 2 s'il est pair, et par 5 s'il se termine par 0 ou 5. Il est aussi divisible par 3 (ou par 9) si la somme de ses chiffres est divisible par 3 (ou par 9). Ensuite, on calcule les sommes des chiffres : $3 + 4 + 2 = 9$; $1 + 0 + 3 + 5 = 9$; $2 + 1 + 7 + 0 = 10$; $4 + 8 + 1 + 5 = 18$.

Le nombre est-il divisible par...	2	3	5	9
342	oui	oui	non	oui
1 035	non	oui	oui	oui
2 170	oui	non	oui	non
4 815	non	oui	oui	oui

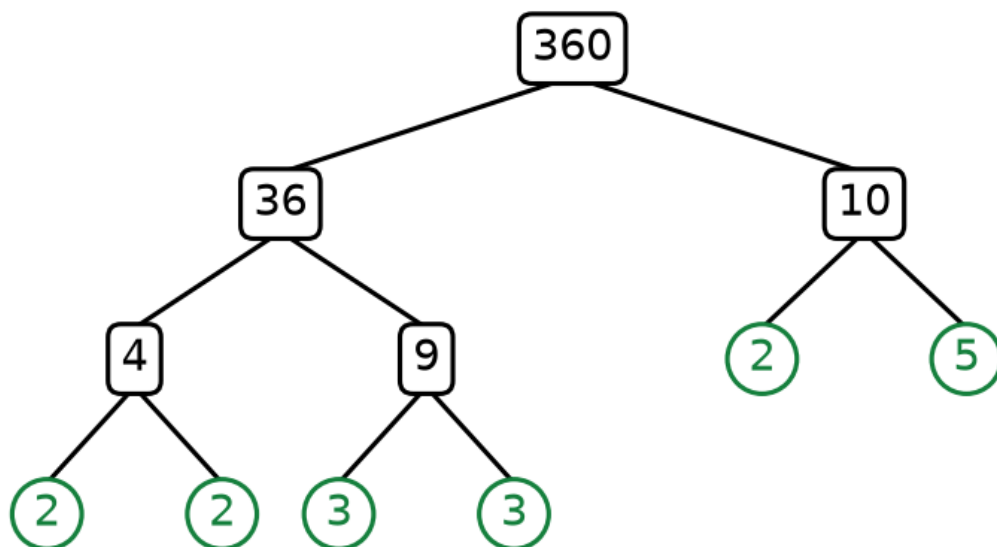
- b. 1 035 se termine par 5, donc il est divisible par 5 : $1\,035 = 5 \times 207$. Il possède donc un diviseur autre que 1 et lui-même : 1 035 **n'est pas premier**.
- c. D'abord, $45 = 5 \times 9$. D'après le tableau, 4 815 est divisible par 9 : $4\,815 = 9 \times 535$. Ensuite, 535 se termine par 5 : $535 = 5 \times 107$. Donc $4\,815 = 9 \times 5 \times 107 = 45 \times 107$. **Ainsi, Léo a raison : 4 815 est divisible par 45.**

Barème : a) 2,5 points, on retire 0,5 point par ligne comportant une erreur. Pour la b), 0,5 point pour un diviseur trouvé avec la conclusion. Enfin, la c) vaut 1 point : 0,5 point pour $45 = 5 \times 9$, 0,5 point pour la conclusion justifiée.

Erreur fréquente : croire qu'un nombre divisible par 3 et par 9 est divisible par 27. En effet, cela ne marche qu'avec deux nombres sans diviseur commun autre que 1, comme 5 et 9.

Exercice 3 : Décomposer en produit de facteurs premiers (5 points)

- a. On complète d'abord l'arbre avec $4 = 2 \times 2$ et $9 = 3 \times 3$. Tous les nombres au bout des branches sont alors premiers.



On obtient $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$, donc $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

- b. On divise par les nombres premiers dans l'ordre croissant, tant que c'est possible :

1 050	2
525	3
175	5
35	5
7	7
1	

Ainsi, $1\,050 = 2 \times 3 \times 5^2 \times 7$. Puis on vérifie : $2 \times 3 \times 25 \times 7 = 6 \times 175 = 1\,050$.

- c. $294 = 2 \times 147$, puis $147 = 3 \times 49$ et $49 = 7 \times 7$. **Donc** $294 = 2 \times 3 \times 7^2$.

d. Dans le carré d'un entier, chaque facteur premier apparaît avec un exposant pair. Or

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$: il manque donc un facteur 2 et un facteur 5. On multiplie alors par $2 \times 5 = 10$:

$$360 \times 10 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 = (2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2 = 3\,600.$$

Il faut multiplier 360 par 10 au minimum.

Barème : a) 1,5 point : 0,5 point pour l'arbre complété, 1 point pour la décomposition avec puissances (0,5 point sans puissances). Pour la b), 1,5 point : 1 point pour les divisions, 0,5 point pour la décomposition. Puis la c) vaut 1 point. Enfin, la d) vaut 1 point : 0,5 point pour l'argument des exposants pairs, 0,5 point pour 10.

Exercice 4 : Des fractions irréductibles (3 points)

a. On remplace le numérateur et le dénominateur par leurs décompositions, puis on simplifie par les facteurs communs 2, 3 et 7 :

$$\frac{294}{1\,050} = \frac{2 \times 3 \times 7 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7} = \frac{7}{5 \times 5} = \frac{7}{25}.$$

7 et 25 n'ont pas d'autre diviseur commun que 1, donc **la fraction irréductible est** $\frac{7}{25}$.

b. On décompose d'abord 252 :

$252 = 2 \times 126 = 2 \times 2 \times 63 = 2 \times 2 \times 3 \times 21 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$, donc
 $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$.

$$\frac{252}{360} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10}.$$

Ainsi, la fraction irréductible est $\frac{7}{10}$.

Barème : a) 1,5 point : 1 point pour la simplification par les facteurs communs, 0,5 point pour le résultat.

Ensuite, la b) vaut 1,5 point : 0,5 point pour la décomposition de 252, 1 point pour la fraction irréductible.

Exercice 5 : Le nombre mystère (4 points)

- a. Prenons par exemple 3 et 5 : ce sont deux nombres premiers, et $3 \times 5 + 1 = 16$. Or $16 = 2 \times 8$, donc 16 n'est pas premier. Ainsi, ce contre-exemple suffit : **Sofiane a tort.**
- b. Le nombre est divisible par les nombres premiers 5 et 11, donc sa décomposition contient 5 et 11. Il lui faut alors un troisième facteur premier p , différent de 5 et de 11. Le nombre vaut donc $55 \times p$.
Puisque le nombre est impair, $p \neq 2$. Essayons d'abord $p = 3$: $55 \times 3 = 165$, qui est bien entre 100 et 200. Avec $p = 7$, on obtient $55 \times 7 = 385$, trop grand. Les nombres premiers suivants donnent aussi des produits encore plus grands.
Le nombre de Maëlle est donc 165 ($165 = 3 \times 5 \times 11$).

c. Question c : 221 est-il premier ?

221 est impair, donc non divisible par 2. La somme de ses chiffres vaut 5, donc il n'est pas divisible par 3. Il ne se termine ni par 0 ni par 5, donc il n'est pas divisible par 5. De même, $221 = 7 \times 31 + 4$ et $221 = 11 \times 20 + 1$: ni 7 ni 11 ne le divisent. En revanche $13 \times 17 = 221$.
221 a donc des diviseurs autres que 1 et lui-même : **221 n'est pas un nombre premier.**

Barème : a) 1 point : 0,5 point pour un contre-exemple correct, 0,5 point pour la conclusion. Ensuite, la b) vaut 1,5 point : 1 point pour la démarche (facteurs 5 et 11, troisième facteur impair), 0,5 point pour 165. Enfin, la c) vaut 1,5 point : 1 point pour le diviseur 13 et le calcul $13 \times 17 = 221$, 0,5 point pour la conclusion.

Erreur fréquente : répondre à la question a avec des exemples qui marchent ($2 \times 3 + 1 = 7$). Des exemples ne prouvent jamais qu'une affirmation est toujours vraie, alors qu'un seul contre-exemple prouve qu'elle est fausse.

Après le corrigé du contrôle : nombres premiers et décomposition en facteurs

Pour consolider ce que le corrigé t'a appris, relis le cours « [Arithmétique et nombres premiers](#) » en 3ème puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [arithmétique et décomposition en facteurs premiers](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en 3ème classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en 3ème sur ce thème

- [Contrôle de maths 3ème : problèmes d'arithmétique et puissances de 10](#)