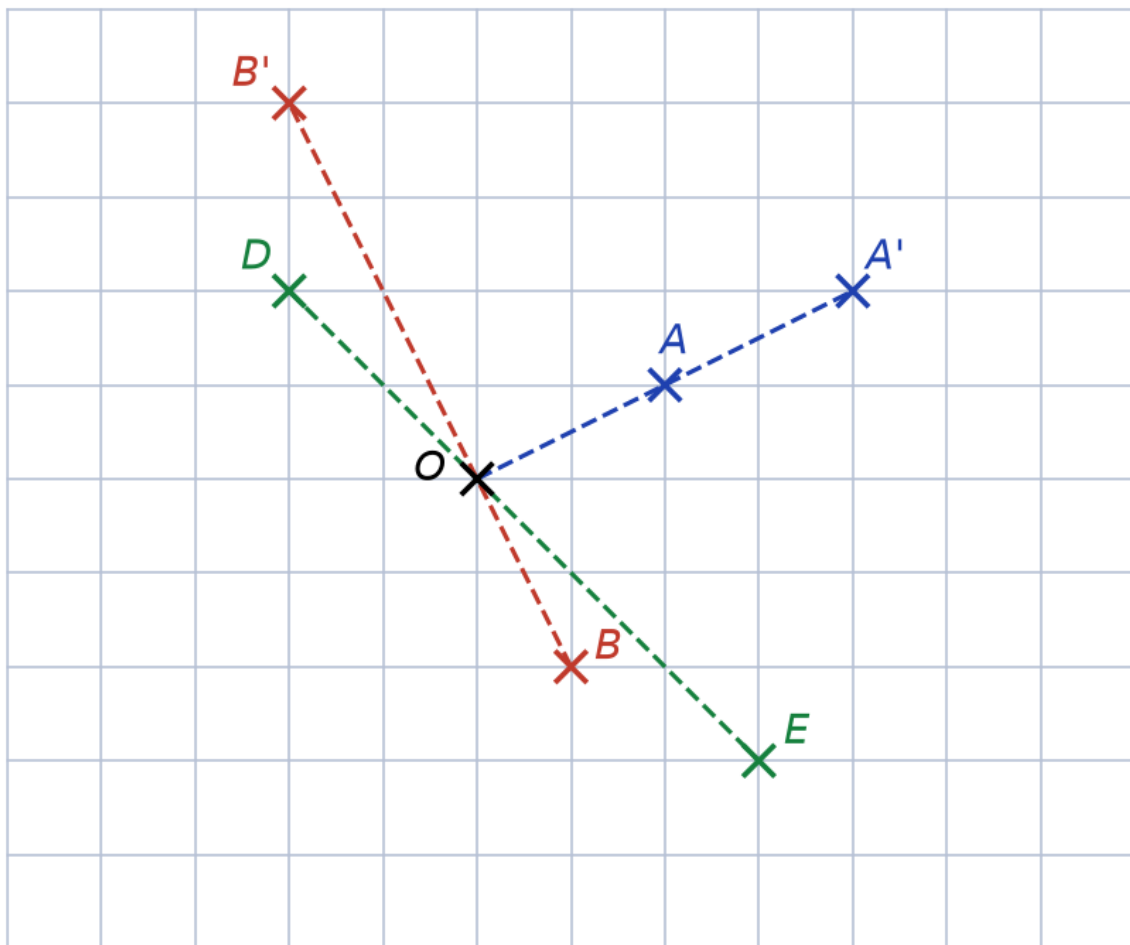


Corrigé du contrôle de maths 3ème : homothéties : constructions et calculs

Barème du contrôle

Exercice	Points
Exercice 1 : Images de points sur un quadrillage	4 points
Exercice 2 : Agrandir un triangle	4 points
Exercice 3 : Retrouver le centre et le rapport	4 points
Exercice 4 : Homothétie et configuration de Thalès	4 points
Exercice 5 : L'ombre de la figurine	4 points
Total	20 points

Exercice 1 : Images de points sur un quadrillage (4 points)



- a. Pour aller de O à A, on se déplace de 2 carreaux vers la droite et de 1 carreau vers le haut. Avec le rapport 2, on double donc ces déplacements depuis O : 4 carreaux vers la droite et 2 vers le haut. **Ainsi, le point A' est sur la demi-droite [OA), avec $OA' = 2 \times OA$.**
- b. Pour aller de O à B, on se déplace de 1 carreau vers la droite et de 2 carreaux vers le bas. Le rapport -2 double ces déplacements et change leur sens. Depuis O, on va donc de 2 carreaux vers la gauche et de 4 carreaux vers le haut. **Ainsi, le point B' est sur la droite (OB), de l'autre côté de O par rapport à B, avec $OB' = 2 \times OB$.**

c. Question c : retrouver le rapport

De O à D : 2 carreaux vers la gauche et 2 vers le haut. Puis de O à E : 3 carreaux vers la droite et 3 vers le bas. Les points D, O et E sont alignés, et O est entre D et E : le rapport est donc négatif. De plus $\frac{3}{2} = 1,5$, donc $OE = 1,5 \times OD$. **Ainsi, le rapport de l'homothétie est $-1,5$.**

- d. Le point A est sur [OA'] et $OA = \frac{1}{2} \times OA'$. **C'est donc l'homothétie de centre O et de**

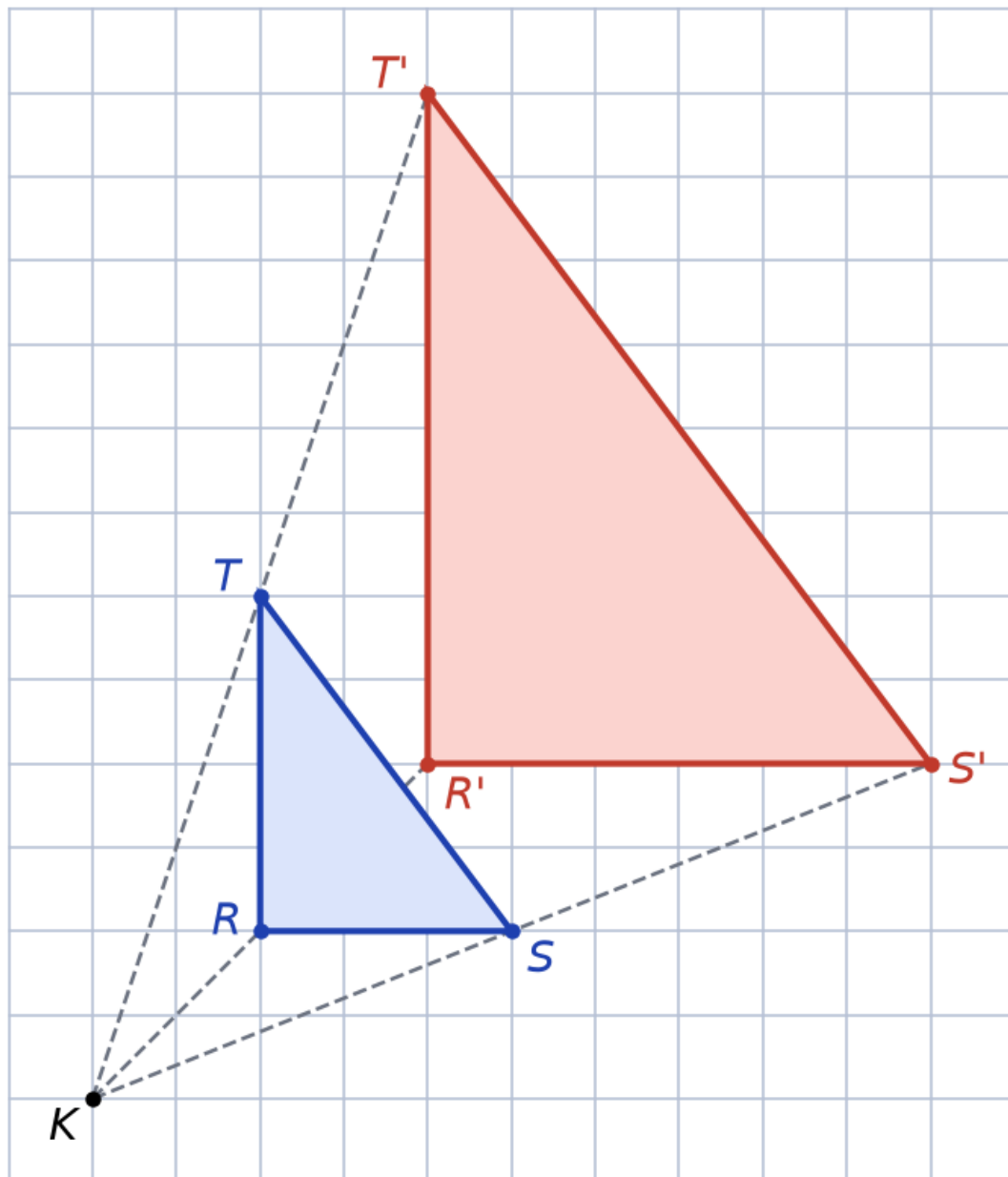
rapport $\frac{1}{2}$, **soit** 0,5 . Plus généralement, l'homothétie « réciproque » d'une homothétie de rapport k a le même centre et le rapport $\frac{1}{k}$.

Erreur fréquente : placer B' du même côté que B. En effet, un rapport négatif envoie toujours l'image de l'autre côté du centre.

Barème : a) 1 point (0,5 point si A' est sur la bonne demi-droite mais mal placé). Puis la b) vaut 1 point (0,5 point si seul le sens ou seule la distance est juste). Ensuite, la c) donne 0,5 point pour le signe justifié, 0,5 point pour la valeur. Enfin, la d) donne 0,5 point pour le centre, 0,5 point pour le rapport.

Exercice 2 : Agrandir un triangle (4 points)

- a. On compte d'abord les carreaux depuis K, puis on les double. De K à R : 2 à droite et 2 en haut, donc R' est à 4 à droite et 4 en haut de K. Ensuite, de K à S : 5 à droite et 2 en haut, donc S' est à 10 à droite et 4 en haut. Enfin, de K à T : 2 à droite et 6 en haut, donc T' est à 4 à droite et 12 en haut.



Le triangle R'S'T' est donc un agrandissement de RST, rectangle en R'.

b. Une homothétie de rapport 2 multiplie toutes les longueurs par 2.

Ainsi, $R'S' = 2 \times 3 = 6$; $R'T' = 2 \times 4 = 8$; $S'T' = 2 \times 5 = 10$.

Donc $R'S' = 6$, $R'T' = 8$ et $S'T' = 10$ (en carreaux).

c. Les deux triangles sont rectangles, car une homothétie conserve les angles.

Ainsi, $\text{Aire}_{RST} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$ et $\text{Aire}_{R'S'T'} = \frac{6 \times 8}{2} = 24$.

Alors $24 \div 6 = 4 = 2^2$.

L'aire passe donc de 6 à 24 carreaux : elle est multipliée par 4, c'est-à-dire par le carré du rapport.

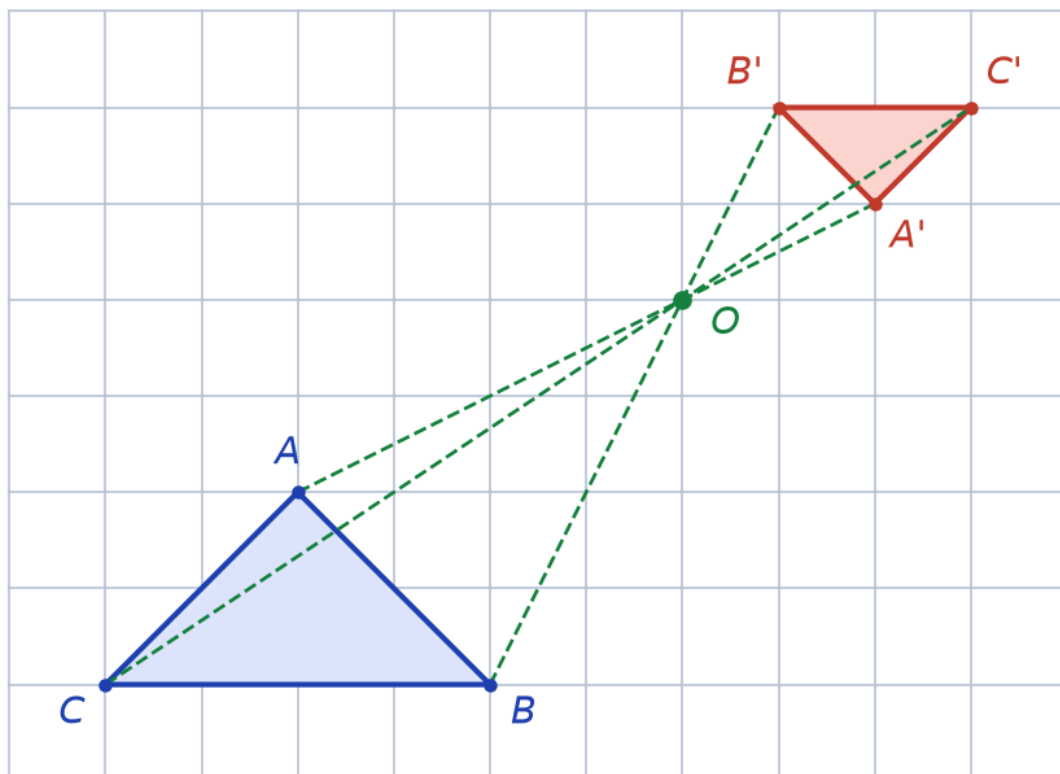
- d. Les longueurs seraient multipliées par 3, et les aires par $(-3)^2 = 9$. **Ainsi, l'aire serait multipliée par 9.**

Erreur fréquente : penser que l'aire est multipliée par 2 comme les longueurs. Or une homothétie de rapport k multiplie les aires par k^2 .

Barème : a) 0,5 point par sommet bien placé. Puis la b) vaut 1 point (0,25 point par longueur, 0,25 point pour la justification). Ensuite, la c) donne 0,5 point pour les deux aires, 0,5 point pour le coefficient 4. Enfin, la d) vaut 0,5 point.

Exercice 3 : Retrouver le centre et le rapport (4 points)

- a. Le centre d'une homothétie, un point et son image sont toujours alignés. On trace donc les droites (AA') , (BB') et (CC') : elles se coupent en un même point, le centre O .



Ainsi, le centre O est le nœud situé 4 carreaux à droite et 2 carreaux au-dessus de A.

- b. Le point O est situé entre A et A'. Un point et son image sont donc de part et d'autre du centre, et **le rapport est négatif.**

De O à A : 4 carreaux vers la gauche et 2 vers le bas. Puis de O à A' : 2 carreaux vers la droite et 1 vers le haut. Les déplacements sont divisés par 2 et changent de sens, donc $OA' = \frac{1}{2} \times OA$.

Ainsi, le rapport de l'homothétie est $-\frac{1}{2}$, soit $-0,5$.

- c. Les longueurs sont multipliées par $0,5$, la distance à zéro du rapport. Ainsi,
 $B'C' = 0,5 \times 4 = 2$. **Donc $B'C' = 2$ carreaux**, ce que confirme le quadrillage.

d. **Question d : comparer les aires**

Dans ABC, la base [BC] mesure 4 et la hauteur issue de A mesure 2. Ainsi,

$$\text{Aire}_{ABC} = \frac{4 \times 2}{2} = 4.$$

Dans A'B'C', la base [B'C'] mesure 2 et la hauteur issue de A' mesure 1. Alors

$$\text{Aire}_{A'B'C'} = \frac{2 \times 1}{2} = 1.$$

Enfin, $\frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$.

Les aires valent 4 et 1 carreaux ; leur quotient $\frac{1}{4}$ est bien le carré du rapport $-\frac{1}{2}$.

Barème : a) 0,5 point pour les droites tracées, 0,5 point pour le point O. Puis la b) donne 0,5 point pour le signe justifié, 1 point pour la valeur. Ensuite, la c) vaut 0,5 point. Enfin, la d) donne 0,5 point pour les deux aires, 0,5 point pour la vérification.

Exercice 4 : Homothétie et configuration de Thalès (4 points)

- a. Les points A, M, B sont alignés dans cet ordre, ainsi que A, N, C. De plus, les droites (MN) et (BC) sont parallèles : c'est donc une configuration de Thalès. Le point B est l'image de M, avec B sur la demi-droite [AM). Ainsi, le rapport est positif et vaut $\frac{AB}{AM}$.

Alors $\frac{AB}{AM} = \frac{10}{4} = 2,5$.

Le rapport de l'homothétie de centre A qui transforme AMN en ABC est donc $2,5$.

- b. Le segment [BC] est l'image de [MN], donc $BC = 2,5 \times MN = 2,5 \times 3 = 7,5$. **Ainsi,**

$$BC = 7,5 \text{ cm.}$$

On retrouve alors le théorème de Thalès : $\frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN}$.

c. De même, $AC = 2,5 \times AN = 2,5 \times 5 = 12,5$. **Donc** $AC = 12,5 \text{ cm}$.

d. Le triangle AMN est rectangle en M. Ainsi, $Aire_{AMN} = \frac{AM \times MN}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$.

Or les aires sont multipliées par le carré du rapport : $2,5^2 = 6,25$.

Donc $Aire_{ABC} = 6 \times 6,25 = 37,5$.

L'aire du triangle ABC est donc $37,5 \text{ cm}^2$.

Vérification : une homothétie conserve les angles, donc ABC est rectangle en B et

$$\frac{10 \times 7,5}{2} = 37,5.$$

Erreur fréquente : multiplier l'aire par $2,5$ au lieu de $2,5^2$, ce qui donne 15 au lieu de $37,5$.

Barème : a) 0,5 point pour la justification, 0,5 point pour le rapport. Puis la b) donne 0,5 point pour la méthode, 0,5 point pour le résultat. Ensuite, la c) vaut 0,5 point. Enfin, la d) donne 0,5 point pour l'aire de AMN, 0,5 point pour le coefficient $6,25$, 0,5 point pour le résultat.

Exercice 5 : L'ombre de la figurine (4 points)

a. Le point P, pied de l'ombre, est l'image de F, pied de la figurine. Or P est sur la demi-droite [LF), donc le rapport est positif.

$$\text{Ainsi, } k = \frac{LP}{LF} = \frac{200}{50} = 4.$$

Le rapport de l'homothétie est donc 4.

b. On multiplie la hauteur par 4 : $PQ = 4 \times FG = 4 \times 8 = 32$. **Ainsi, l'ombre mesure 32 cm de haut.**

c. Pour une ombre de 40 cm avec une figurine de 8 cm, il faut un rapport $k = \frac{40}{8} = 5$.

Or le mur reste à 200 cm de la lampe, donc $LP = 5 \times LF$, c'est-à-dire $LF = \frac{200}{5} = 40$.

Yanis doit donc placer la figurine à 40 cm de la lampe, c'est-à-dire plus près de la lampe.

d. Les aires sont multipliées par $k^2 = 4^2 = 16$.

Ainsi, $30 \times 16 = 480$.

L'ombre a donc une aire de 480 cm^2 .

Barème : a) 0,5 point pour l'identification de P comme image de F, 0,5 point pour le rapport. Puis la b) vaut 1 point. Ensuite, la c) donne 0,5 point pour le rapport 5, 0,5 point pour la distance. Enfin, la d) donne 0,5 point pour le coefficient 16, 0,5 point pour le résultat.

[Revenir à l'énoncé du contrôle](#)

Après le corrigé du contrôle : homothéties : constructions et calculs

Pour consolider ce que le corrigé t'a appris, relis le cours [« Homothéties » en 3ème](#) puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [homothéties](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en 3ème classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en 3ème sur ce thème

- [Contrôle de maths 3ème : transformations du plan et frises](#)