

Corrigé du contrôle de maths 3ème : factoriser et prouver avec le calcul littéral

Barème du contrôle

Exercice	Points
Exercice 1 : Automatismes	3 points
Exercice 2 : Factoriser des expressions	5 points
Exercice 3 : Deux programmes de calcul	5 points
Exercice 4 : Trois entiers consécutifs	3 points
Exercice 5 : Une aire en fonction de x	4 points
Total	20 points

Exercice 1 : Automatismes (3 points)

- a. 3 est un facteur commun à $6x$ et à 9 : $6x + 9 = 3 \times 2x + 3 \times 3$.
 $6x + 9 = 3(2x + 3)$.
- b. x est un facteur commun : $x^2 - 7x = x \times x - 7 \times x$. $x^2 - 7x = x(x - 7)$.
- c. $x^2 - 25 = x^2 - 5^2$, de la forme $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. **C'est la réponse B :**
 $(x - 5)(x + 5)$.

Barème : 1 point par réponse exacte.

Exercice 2 : Factoriser des expressions (5 points)

a. Le facteur commun est $(x + 2)$: $A = (x + 2)[(3x - 1) + (x + 4)]$.
 $A = (x + 2)(4x + 3)$.

b. Le facteur commun est $(2x - 5)$, et le signe moins porte sur tout le second facteur :

$$B = (2x - 5)[(x + 1) - (3x - 2)] = (2x - 5)(x + 1 - 3x + 2).$$

$$B = (2x - 5)(-2x + 3).$$

c. $C = (3x)^2 - 4^2$, de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 4$.
 $C = (3x - 4)(3x + 4)$.

d. $D = (x + 3)^2 - 7^2$, de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = x + 3$ et $b = 7$:

$$D = [(x + 3) - 7][(x + 3) + 7]. \quad D = (x - 4)(x + 10).$$

Contrôle : $(x - 4)(x + 10) = x^2 + 6x - 40$ et
 $(x + 3)^2 - 49 = x^2 + 6x + 9 - 49 = x^2 + 6x - 40$.

Barème : a) 1 point : 0,5 point pour le facteur commun mis en évidence, 0,5 point pour la réduction ; b) 1,5 point : 0,5 point pour le facteur commun, 1 point pour la gestion du signe moins et la réduction ; c) 1 point ; d) 1,5 point : 0,5 point pour reconnaître $a^2 - b^2$, 1 point pour la factorisation réduite.

Erreur fréquente : en B, écrire $(x + 1 - 3x - 2)$: devant la parenthèse $(3x - 2)$, le signe moins change aussi le signe de -2 , qui devient $+2$.

Exercice 3 : Deux programmes de calcul (5 points)

a. Programme de Hugo : $2 + 5 = 7$; $7^2 = 49$; $49 - 25 = 24$.

Programme d'Aïcha : $2 + 10 = 12$; $12 \times 2 = 24$.

Les deux programmes donnent bien 24.

b. Programme de Hugo : $-3 + 5 = 2$; $2^2 = 4$; $4 - 25 = -21$.

Programme d'Aïcha : $-3 + 10 = 7$; $7 \times (-3) = -21$.

Les deux programmes donnent -21 .

c. **Conjecture : les deux programmes donnent toujours le même résultat, quel que soit le nombre choisi.**

d. Avec le nombre x :

Programme de Hugo : $(x + 5)^2 - 25 = x^2 + 10x + 25 - 25 = x^2 + 10x$.

Programme d'Aïcha : $(x + 10) \times x = x^2 + 10x$.

Les deux expressions sont égales pour tout nombre x : **la conjecture est démontrée.**

e. Si le nombre choisi est pair, il s'écrit $x = 2k$ avec k entier. Le résultat vaut alors

$$x^2 + 10x = (2k)^2 + 10 \times 2k = 4k^2 + 20k = 4(k^2 + 5k).$$

Comme $k^2 + 5k$ est un entier, **le résultat est un multiple de 4.**

Barème : a) 1 point : 0,5 point par programme ; b) 1 point : 0,5 point par programme ; c) 0,5 point ; d) 1,5 point : 0,5 point par expression littérale correcte, 0,5 point pour la conclusion ; e) 1 point : 0,5 point pour le calcul avec $2k$, 0,5 point pour la factorisation par 4 et la conclusion.

Erreur fréquente : croire que les tests des questions a et b suffisent à prouver la conjecture. Deux exemples ne démontrent rien : il faut le calcul littéral de la question d.

Exercice 4 : Trois entiers consécutifs (3 points)

- a. $12 + 13 + 14 = 39$ et $39 = 3 \times 13$. **La somme 39 est bien un multiple de 3.**
- b. Si n est le plus petit, les trois entiers consécutifs sont n , $n + 1$ et $n + 2$. Leur somme vaut

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1).$$

Comme $n + 1$ est un entier, **la somme est toujours un multiple de 3 : Lucas a raison.**

- c. Prenons 1, 2, 3 et 4 : $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, et 10 n'est pas un multiple de 4. Ce contre-exemple suffit : **Emma a tort.**

Barème : a) 0,5 point ; b) 1,5 point : 0,5 point pour l'écriture des trois entiers, 0,5 point pour $3n + 3$, 0,5 point pour la factorisation par 3 et la conclusion ; c) 1 point : 0,5 point pour le contre-exemple, 0,5 point pour la conclusion.

Exercice 5 : Une aire en fonction de x (4 points)

- a. L'aire du carré $ABCD$ est $(x + 6)^2$ et celle du rectangle $CEFG$ est $3x$. Donc

$$S = (x + 6)^2 - 3x = x^2 + 12x + 36 - 3x.$$

$$S = x^2 + 9x + 36 \text{ (en cm}^2\text{)}.$$

- b. Pour $x = 4$: $S = 4^2 + 9 \times 4 + 36 = 16 + 36 + 36 = 88$. Vérification : $10^2 - 3 \times 4 = 100 - 12 = 88$. **L'aire grisée vaut 88 cm².**

- c. $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$, donc

$$S - (x + 4)^2 = x^2 + 9x + 36 - x^2 - 8x - 16 = x + 20.$$

Comme x est positif, $x + 20$ est strictement positif, donc $S - (x + 4)^2$ est strictement

positif. **La partie grisée a toujours une aire plus grande que celle d'un carré de côté $x + 4$.**

Barème : a) 1,5 point : 0,5 point pour les deux aires, 1 point pour le développement réduit ; b) 1 point ; c) 1,5 point : 1 point pour le calcul de la différence, 0,5 point pour l'argument du signe et la conclusion.

[Revenir à l'énoncé du contrôle](#)

Après le corrigé du contrôle : factoriser et prouver avec le calcul littéral

Pour consolider ce que le corrigé t'a appris, relis le cours « [Calcul littéral et les identités remarquables](#) » en [3ème](#) puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [calcul littéral](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en 3ème classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en 3ème sur ce thème

- [Contrôle de maths 3ème : développer, réduire et identités remarquables](#)
- [Contrôle de maths 3ème : calcul littéral et équations](#)