

Contrôle de maths Terminale : vecteurs, droites et plans de l'espace

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitre** : Géométrie dans l'espace et produit scalaire
- **Durée conseillée** : 2 heures
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 4 points ; exercice 2 : 5 points ; exercice 3 : 4 points ; exercice 4 : 4 points ; exercice 5 : 3 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Représenter : lire et exploiter un cube en perspective cavalière
 - Calculer : coordonnées de vecteurs, résolution de systèmes d'équations
 - Modéliser : décrire une droite par une représentation paramétrique
 - Raisonner : justifier colinéarité, coplanarité et positions relatives
 - Communiquer : rédiger une construction de section avec les théorèmes utilisés

Exercice 1 : Vecteurs colinéaires et coplanaires (4 points)

Calculatrice autorisée.

L'espace est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les vecteurs $\vec{u}(1; -2; 3)$ et $\vec{v}(-2; 4; -6)$, ainsi que les points $A(1; 0; 2)$, $B(3; 1; 1)$, $C(0; 2; 4)$, $D(2; 3; 3)$ et $E(1; 5; 6)$.

- a. Montrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. (1 point)

- b. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, puis montrer que les points A , B et C définissent un plan. (1 point)
- c. Montrer que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Que peut-on en déduire pour les points A , B , C et D ? (1 point)
- d. Le point E appartient-il au plan (ABC) ? En déduire que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE})$ est une base de l'espace. (1 point)

Exercice 2 : Positions relatives de droites (5 points)

Dans un repère de l'espace, on considère le point $A(1; -1; 2)$, le vecteur $\vec{u}(2; 1; -1)$ et la droite d_1 passant par A et dirigée par $\vec{u}$. On donne aussi les droites suivantes, où s et k décrivent $\mathbb{R}$:

$$d_2: x = 1 + s, \quad y = 2 - s, \quad z = -1 + s;$$

$$d_3: x = -4k, \quad y = 1 - 2k, \quad z = 2k;$$

$$d_4: x = 0, \quad y = k, \quad z = 5 + k.$$

- a. Donner une représentation paramétrique de la droite d_1 , de paramètre t . (1 point)
- b. Le point $E(7; 2; -1)$ appartient-il à d_1 ? (0,5 point)
- c. Montrer que les droites d_1 et d_2 sont sécantes et donner les coordonnées de leur point d'intersection I . (1,5 point)
- d. Montrer que les droites d_1 et d_3 sont parallèles. Sont-elles confondues? (1 point)
- e. Montrer que les droites d_1 et d_4 ne sont pas coplanaires. (1 point)

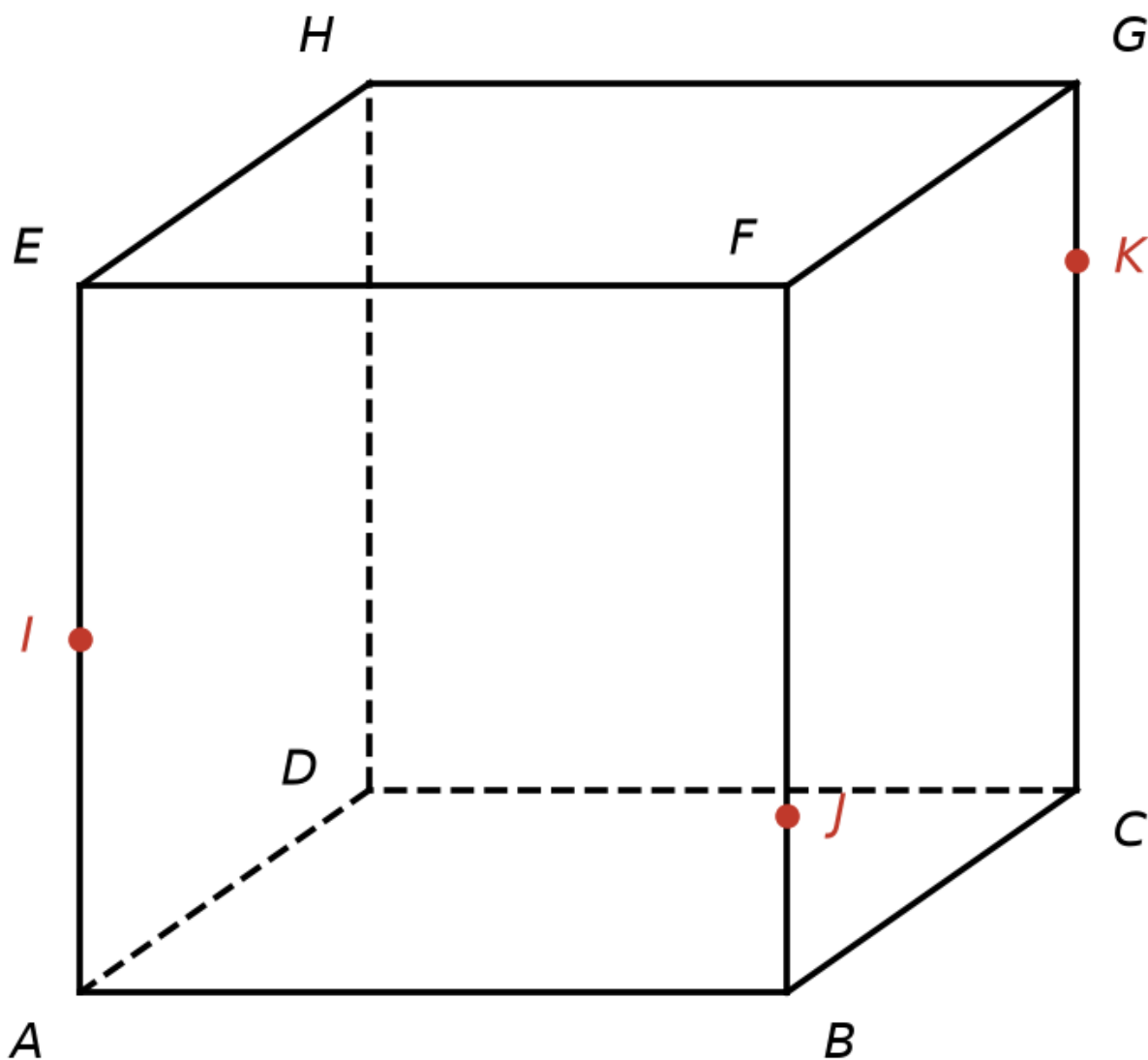
Exercice 3 : Intersection d'une droite et d'un plan (4 points)

Dans un repère de l'espace, on donne les points $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$ et $D(1;1;4)$, ainsi que le vecteur $\vec{w}(1;2;-1)$. On note Δ la droite passant par D et de vecteur directeur $\vec{w}$.

- Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés. (0,5 point)
- Le point D appartient-il au plan (ABC) ? On cherchera s'il existe deux réels a et b tels que $\vec{AD} = a\vec{AB} + b\vec{AC}$. (1 point)
- Donner une représentation paramétrique de la droite Δ . (0,5 point)
- Soit M le point de Δ de paramètre t . Déterminer la valeur de t pour laquelle M appartient au plan (ABC) , puis les coordonnées du point d'intersection de Δ et du plan (ABC) . (2 points)

Exercice 4 : Section d'un cube (4 points)

$ABCDEFGH$ est un cube. Le point I est le milieu de $[AE]$, J est le point de $[BF]$ tel que $BJ = \frac{1}{4}BF$ et K est le point de $[CG]$ tel que $CK = \frac{3}{4}CG$. On se place dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$.

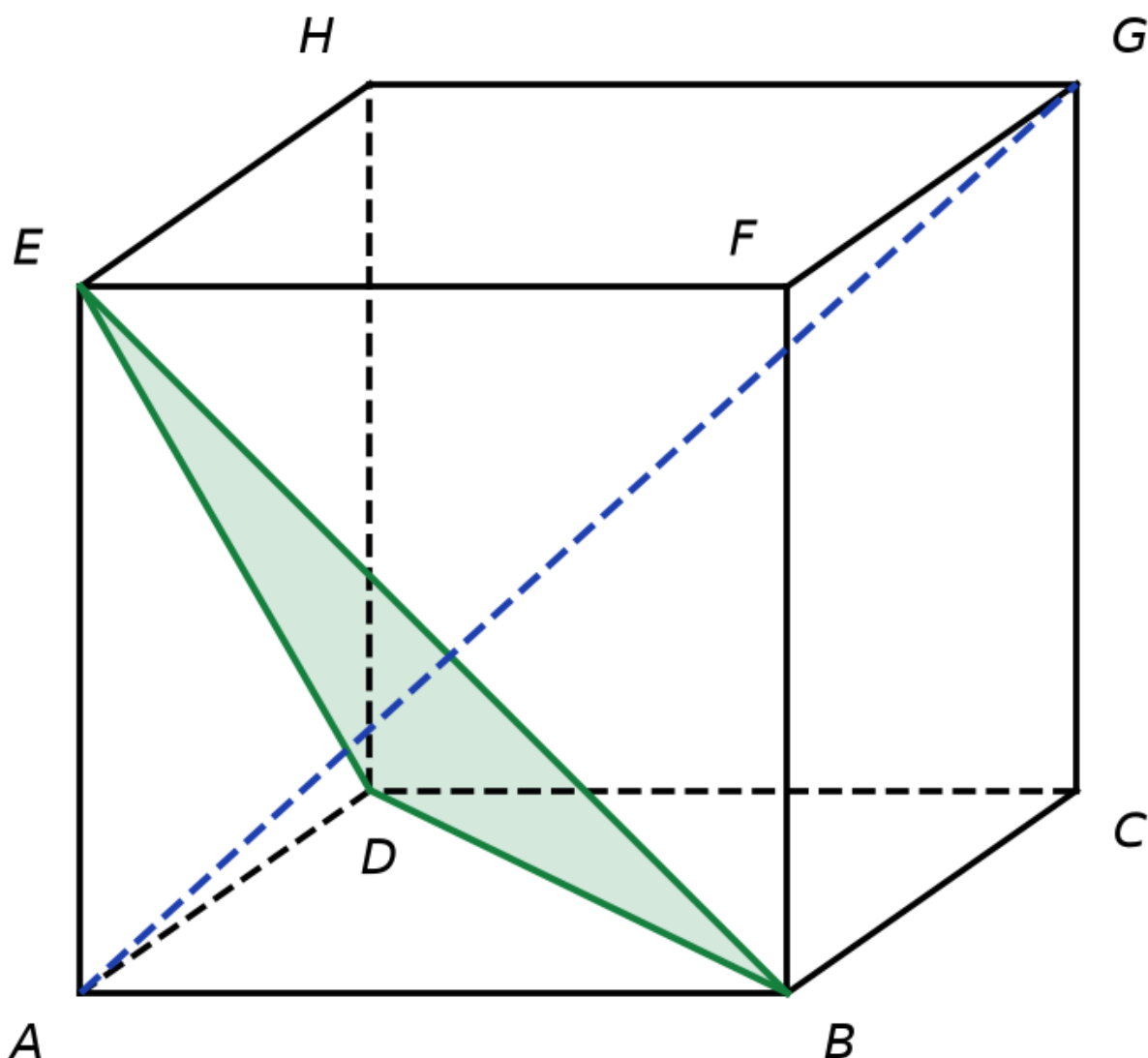


(La figure n'est pas à l'échelle.)

- Justifier que l'intersection du plan (IJK) avec la face $ABFE$ est le segment $[IJ]$ et que son intersection avec la face $BCGF$ est le segment $[JK]$. (1 point)
- Donner les coordonnées de I , J , K et H . En utilisant le fait que les faces $ADHE$ et $BCGF$ sont dans des plans parallèles, montrer que l'intersection du plan (IJK) avec la face $ADHE$ est le segment $[IH]$. (1,5 point)
- En déduire la section du cube par le plan (IJK) et préciser la nature de ce quadrilatère. (0,5 point)
- La droite (IJ) coupe la droite (AB) en un point P . Déterminer les coordonnées de P . (1 point)

Exercice 5 : La grande diagonale du cube (3 points)

$ABCDEFGH$ est un cube, rapporté au repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$. On s'intéresse à la grande diagonale (AG) et au plan (BDE) .



- Donner les coordonnées des points B , D , E et G , puis une représentation paramétrique de la droite (AG) . (1 point)
- Déterminer les coordonnées du point K d'intersection de la droite (AG) et du plan (BDE) .

(1,5 point)

- c. Exprimer $\overrightarrow{AK}$ en fonction de $\overrightarrow{AG}$. Où se situe le point K sur la diagonale $[AG]$? (0,5 point)



Réviser avant le contrôle : vecteurs, droites et plans de l'espace

Avant de faire ce contrôle, relis le cours [« Géométrie dans l'espace » en Terminale](#) et [« Représentation paramétrique et équation cartésienne » en Terminale](#) et [« Le produit scalaire » en Terminale](#) puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [représentations paramétriques et équations cartésiennes](#), [produit scalaire](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : orthogonalité et distances dans l'espace](#)