

Contrôle de maths Terminale : suites récurrentes et continuité

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitre** : Continuité et théorème des valeurs intermédiaires
- **Durée conseillée** : 2 heures
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 3 points ; exercice 2 : 4 points ; exercice 3 : 8 points ; exercice 4 : 5 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Représenter : construire les premiers termes d'une suite sur la courbe de f et la droite $y = x$
 - Raisonner : démontrer un encadrement et la monotonie d'une suite par récurrence
 - Calculer : déterminer la limite d'une suite à l'aide d'une équation $f(\ell) = \ell$
 - Modéliser : étudier l'évolution d'une population de poissons
 - Communiquer : réfuter une affirmation par un contre-exemple

Exercice 1 : Limites candidates (3 points)

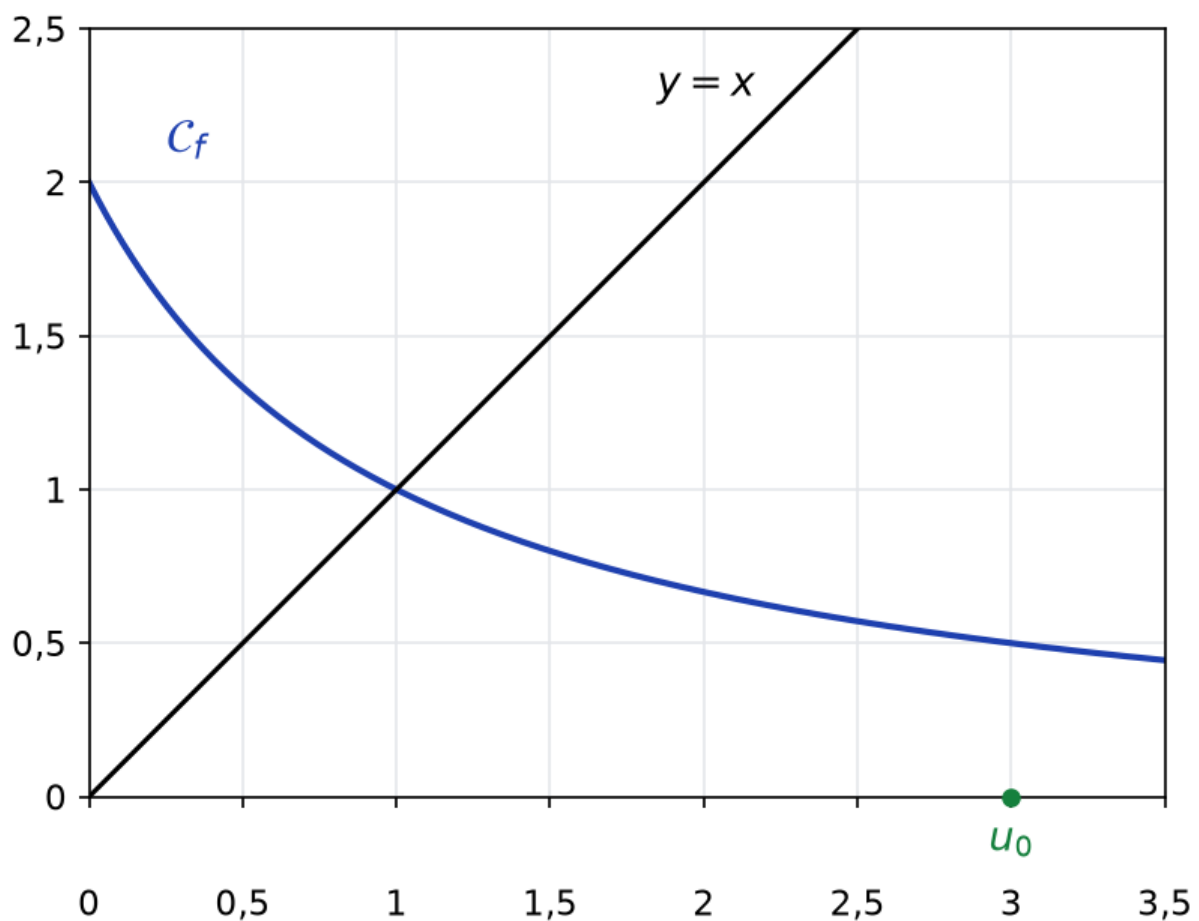
Calculatrice autorisée.

- On admet que la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 0,5u_n + 3$ converge. Déterminer sa limite. (1 point)
- On considère la suite définie par $v_0 = 0$ et $v_{n+1} = v_n^2 + 1$. Démontrer que cette suite ne peut pas converger. (1 point)
- Vrai ou faux ? Justifier. « Si f est continue sur $\mathbb{R}$ et si le réel ℓ vérifie $f(\ell) = \ell$, alors toute

suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ converge vers ℓ . » (1 point)

Exercice 2 : Construction en escargot (4 points)

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2}{1+x}$ et (u_n) la suite définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$. On a tracé ci-dessous la courbe C_f et la droite d'équation $y = x$.

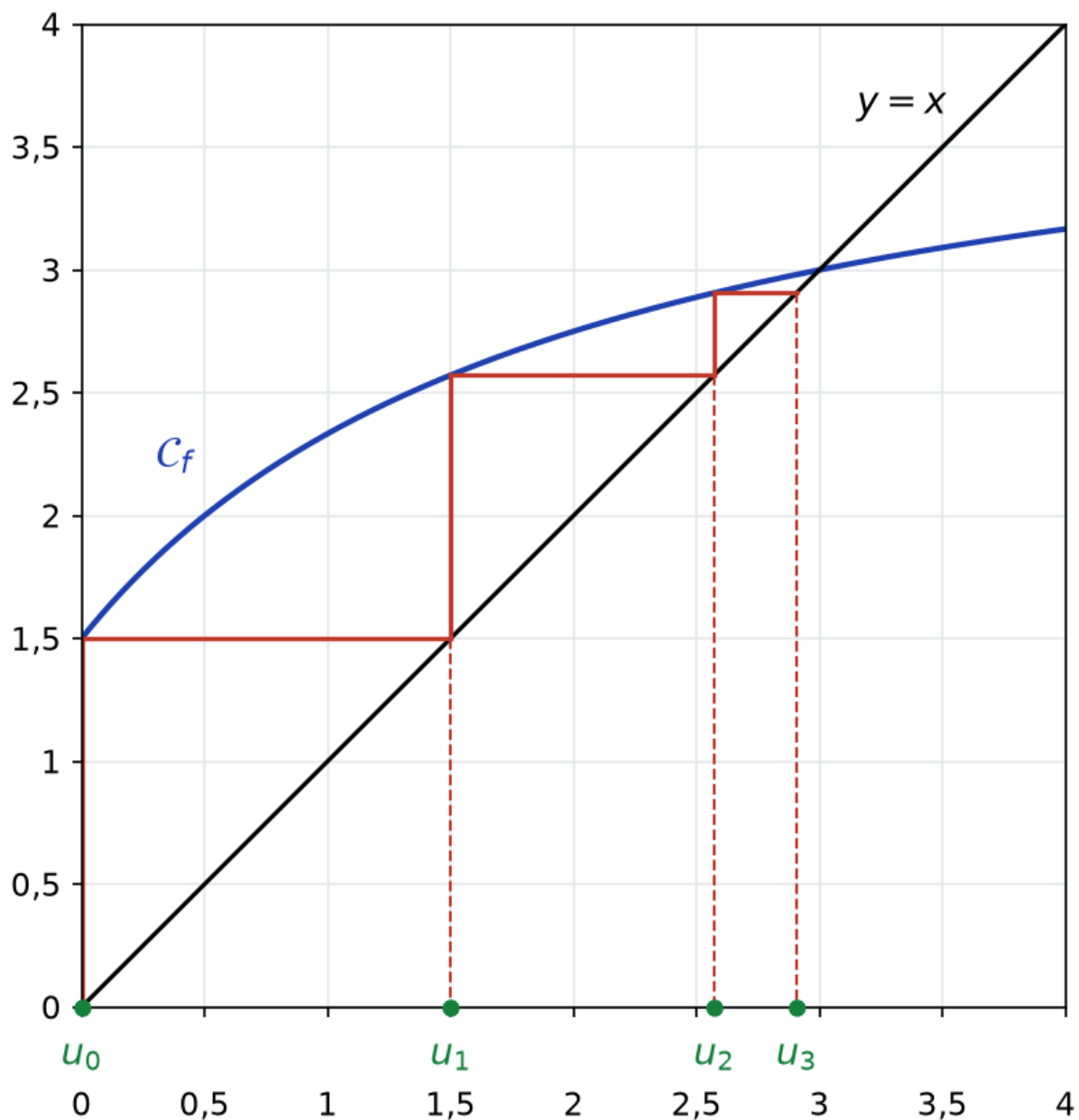


- Reproduire la figure et y construire, sur l'axe des abscisses, les termes u_1 , u_2 et u_3 , en laissant apparents les traits de construction. (1,5 point)
- Quelle conjecture peut-on faire sur la monotonie de la suite (u_n) ? sur sa limite ? (1 point)

- c. Calculer les valeurs exactes de u_1 , u_2 et u_3 sous forme de fractions irréductibles. (1 point)
- d. On admet que (u_n) converge et que tous ses termes sont positifs. Démontrer que sa limite est 1. (0,5 point)

Exercice 3 : Étude complète d'une suite récurrente (8 points)

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{4x+3}{x+2}$ et (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$. La figure représente $\mathcal{C}_f$, la droite d'équation $y = x$ et la construction des premiers termes.



- À l'aide de la figure, conjecturer le sens de variation de (u_n) et sa limite éventuelle. (0,5 point)
- Démontrer que f est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$. (1 point)
- Calculer les valeurs exactes de u_1 et u_2 . (0,5 point)
- Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 3$. (2 points)
- En déduire que la suite (u_n) est convergente. (1 point)
- Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n) , en justifiant avec soin. (1,5 point)

- g. On considère la fonction Python ci-dessous. Recopier et compléter la ligne pointillée pour qu'elle renvoie le plus petit entier n tel que $u_n > 2,99$, puis donner la valeur renvoyée à l'aide de la calculatrice. (1,5 point)

```
def seuil():  
    n = 0  
    u = 0  
    while u <= 2.99:  
        u = .....  
        n = n + 1  
    return n
```

Exercice 4 : Les truites de l'étang (5 points)

Au 1er janvier 2026, un étang abrite 1 400 truites, un nombre trop élevé pour les ressources en nourriture. Un biologiste modélise le nombre de truites, en milliers, au 1er janvier de l'année $2026 + n$ par la suite (u_n) définie par $u_0 = 1,4$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 1,5u_n - 0,5u_n^2$. On note f la fonction définie sur $[0 ; 1,5]$ par $f(x) = 1,5x - 0,5x^2$, de sorte que $u_{n+1} = f(u_n)$.

- Calculer u_1 et u_2 , puis interpréter u_1 dans le contexte. (0,5 point)
- Étudier les variations de f sur $[0 ; 1,5]$. (1 point)
- Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $1 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1,4$. (1,5 point)
- En déduire que la suite (u_n) converge, puis déterminer sa limite. (1,5 point)
- Que peut-on prévoir pour la population de truites à long terme ? (0,5 point)



Réviser avant le contrôle : suites récurrentes et continuité

Avant de faire ce contrôle, relis le cours « [Fonction continue](#) » en Terminale puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [continuité et théorème des valeurs intermédiaires](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : continuité et valeurs intermédiaires](#)