

Contrôle de maths Terminale : suites et fonction logarithme

Fiche du contrôle

- **Niveau :** Terminale
- **Chapitres :** Suites numériques et raisonnement par récurrence + La fonction logarithme népérien
- **Durée conseillée :** 2 heures
- **Barème :** sur 20 points (exercice 1 : 4 points ; exercice 2 : 6 points ; exercice 3 : 6 points ; exercice 4 : 4 points)
- **Compétences évaluées :**
 - Raisonner : démontrer une propriété par récurrence et justifier la convergence d'une suite
 - Calculer : dériver et étudier une fonction faisant intervenir $\ln$, déterminer des limites
 - Chercher : déterminer un seuil en résolvant une inéquation avec le logarithme
 - Modéliser : relier une suite définie par une relation de récurrence à la fonction associée
 - Représenter : exploiter la courbe d'une fonction et la droite $y = x$

Exercice 1 : La valeur d'une voiture (4 points)

Calculatrice autorisée.

Camille achète une voiture neuve à 24 000 €. On estime que sa valeur baisse de 15 % chaque année. Ainsi, on note v_n la valeur de la voiture, en euros, n années après l'achat : $v_0 = 24\,000$.

- a. Justifie que la suite (v_n) est géométrique et donne sa raison, puis exprime v_n en fonction de n . (1 point)

- b. Calcule la valeur de la voiture au bout de 5 ans, arrondie à l'euro. (1 point)
- c. Camille veut revendre sa voiture avant que sa valeur passe sous 6 000 €. Résous l'inéquation $24\,000 \times 0,85^n < 6\,000$ à l'aide du logarithme népérien et conclus. (1,5 point)
- d. Enfin, détermine la limite de la suite (v_n) . (0,5 point)

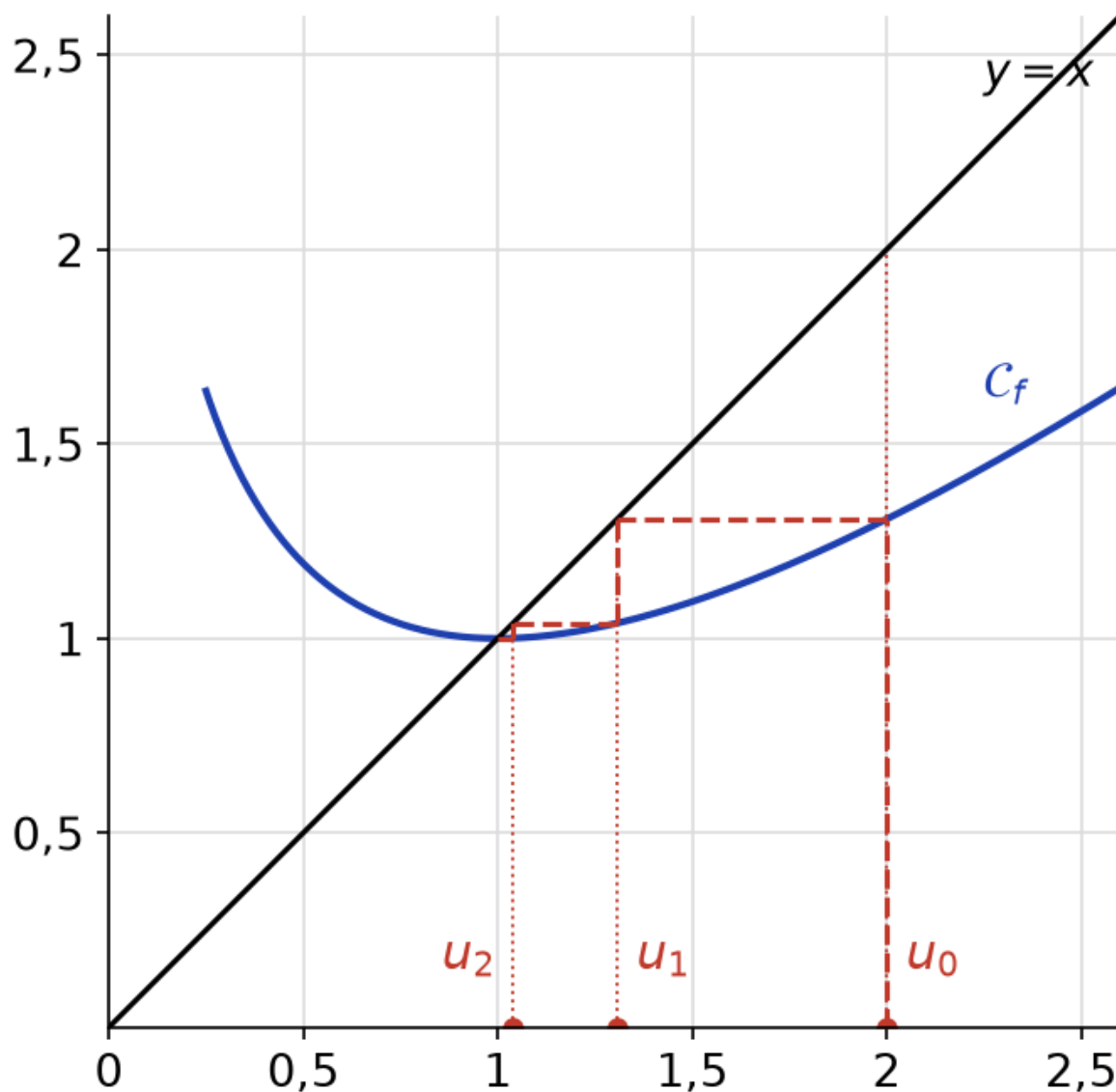
Exercice 2 : Étude de la fonction $x - \ln x$ (6 points)

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - \ln x$.

- a. Détermine la limite de f en 0, puis en $+\infty$. Pour la seconde, tu pourras écrire $f(x) = x\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$. (1,5 point)
- b. Calcule $f'(x)$, étudie son signe et dresse le tableau de variations complet de f . (2 points)
- c. Ensuite, calcule $f''(x)$ et étudie la convexité de f . (1 point)
- d. Dédus de la question b que, pour tout réel $x > 0$, $\ln x \leq x - 1$. (1,5 point)

Exercice 3 : Une suite définie avec $\ln$ (6 points)

On reprend la fonction f de l'exercice 2. On définit alors la suite (u_n) par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n)$, c'est-à-dire $u_{n+1} = f(u_n)$. Par ailleurs, la figure représente la courbe de f , la droite d'équation $y = x$ et la construction des premiers termes de la suite.



- Calcule u_1 et u_2 , arrondis au millième. Quelle conjecture la figure suggère-t-elle sur le sens de variation et la limite de (u_n) ? (1 point)
- Démontre par récurrence que, pour tout entier naturel n : $1 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 2$. (2 points)
- Déduis-en que la suite (u_n) est convergente. (1 point)
- On note ℓ sa limite. De plus, on admet que ℓ vérifie $f(\ell) = \ell$. Détermine alors ℓ . (1,5 point)
-    l'aide de la calculatrice, détermine le plus petit entier n tel que $u_n - 1 < 10^{-6}$. (0,5 point)

Exercice 4 : Le logarithme des termes d'une suite (4 points)

On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = e^3$ et, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = \sqrt{e v_n}$.
Tous ses termes sont admis strictement positifs. Enfin, on pose, pour tout entier naturel n ,
 $w_n = \ln(v_n) - 1$.

- Calcule la valeur exacte de v_1 . (0,5 point)
- Démontre que la suite (w_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et précise son premier terme. (1,5 point)
- Exprime w_n , puis v_n , en fonction de n . (1 point)
- Enfin, détermine la limite de la suite (v_n) . (1 point)



Réviser avant le contrôle : suites et fonction logarithme

Avant de faire ce contrôle, relis le cours [« Le raisonnement par récurrence » en Terminale](#) et [« Les suites numériques » en Terminale](#) et [« La fonction logarithme népérien » en Terminale](#) puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [la récurrence](#), [suites numériques](#), [logarithmes](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : raisonnement par récurrence et suites](#)
- [Contrôle de maths Terminale : limites de suites et convergence](#)
- [Contrôle de maths Terminale : équations et inéquations avec \$\ln\$](#)
- [Contrôle de maths Terminale : étude de fonctions avec logarithme](#)