

Contrôle de maths Terminale : raisonnement par récurrence et suites

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitre** : Suites numériques et raisonnement par récurrence
- **Durée conseillée** : 1 heure
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 3 points ; exercice 2 : 4 points ; exercice 3 : 6 points ; exercice 4 : 3 points ; exercice 5 : 4 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Raisonner : rédiger une démonstration par récurrence complète (initialisation, hérédité, conclusion)
 - Calculer : obtenir les premiers termes d'une suite définie par récurrence
 - Représenter : construire les premiers termes d'une suite sur la courbe de f et la droite $y = x$
 - Chercher : conjecturer une formule explicite puis la démontrer
 - Communiquer : justifier qu'une suite est majorée, minorée, bornée ou monotone

Exercice 1 : Une formule explicite (3 points)

Calculatrice autorisée.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n ,
 $u_{n+1} = 3u_n - 2$.

a. Calculer u_1 et u_2 . (0,5 point)

- b. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $u_n = 3^n + 1$. (2,5 points)

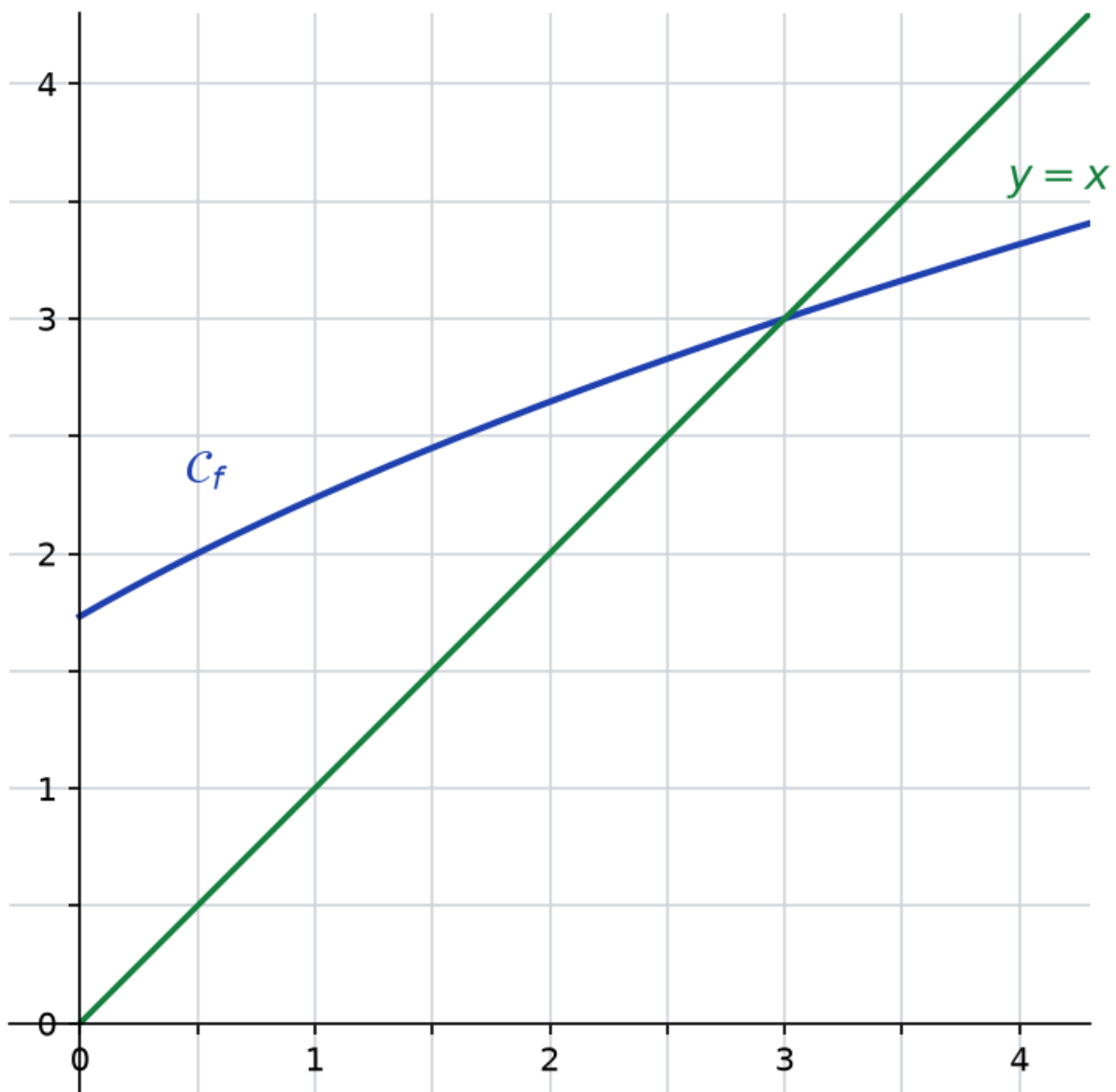
Exercice 2 : Une inégalité avec les puissances de 2 (4 points)

- a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $2^n \geq n + 1$. (3 points)
- b. En déduire que la suite (2^n) n'est pas majorée : on pourra montrer que, pour tout réel M , il existe un entier n tel que $2^n > M$. (1 point)

Exercice 3 : Suite définie par une fonction (6 points)

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{2x + 3}$. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$.

On a tracé ci-dessous, dans un repère orthonormé, la courbe $\mathcal{C}_f$ de f et la droite d'équation $y = x$.



- Sur la figure, construire sur l'axe des abscisses les termes u_1 , u_2 et u_3 sans les calculer, en laissant les traits de construction. Quelle conjecture peut-on faire sur le sens de variation de (u_n) ? (1,5 point)
- Démontrer que la fonction f est croissante sur $[0; +\infty[$ et calculer $f(3)$. (1 point)
- Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 3$. (2,5 points)
- En déduire le sens de variation de la suite (u_n) et justifier qu'elle est bornée. (1 point)

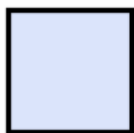
Exercice 4 : Vrai ou faux sur les suites (3 points)

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

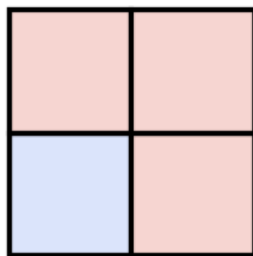
- a. Affirmation 1 : la suite (a_n) définie pour tout entier naturel n par $a_n = (-1)^n + 2$ est bornée. (1 point)
- b. Affirmation 2 : toute suite (b_n) définie sur $\mathbb{N}$ et croissante est minorée. (1 point)
- c. Affirmation 3 : la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = n^2 - 6n + 1$ est décroissante. (1 point)

Exercice 5 : Les carrés de tuiles de Maëlys (4 points)

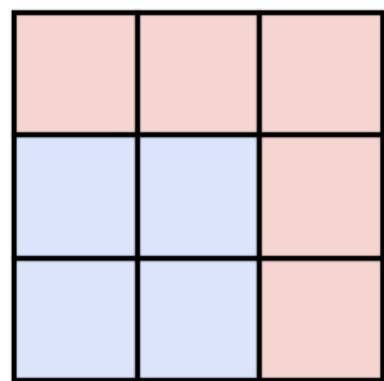
Maëlys assemble des tuiles carrées identiques. À l'étape 0, elle pose une seule tuile. Pour passer de l'étape n à l'étape $n + 1$, elle ajoute $2n + 3$ tuiles (en rouge sur la figure). On note u_n le nombre total de tuiles à l'étape n : ainsi $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 2n + 3$.



Étape 0



Étape 1



Étape 2

- a. Calculer u_1 , u_2 et u_3 , puis conjecturer une expression de u_n en fonction de n . (1 point)
- b. Démontrer cette conjecture par récurrence. (2 points)
- c. Maëlys dispose de 2 026 tuiles. Quelle est la dernière étape qu'elle peut réaliser entièrement ? Justifier. (1 point)



Réviser avant le contrôle : raisonnement par récurrence et suites

Avant de faire ce contrôle, relis le cours « [Le raisonnement par récurrence](#) » en Terminale et « [Les suites numériques](#) » en Terminale puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [la récurrence](#), [suites numériques](#).

Retrouve tous les **contrôles de maths en Terminale classés par chapitre**, ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : limites de suites et convergence](#)
- [Contrôle de maths Terminale : suites et fonction logarithme](#)