

Contrôle de maths Terminale : orthogonalité et distances dans l'espace

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitre** : Géométrie dans l'espace et produit scalaire
- **Durée conseillée** : 2 heures
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 4 points ; exercice 2 : 4 points ; exercice 3 : 4,5 points ; exercice 4 : 7,5 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Calculer : produit scalaire, normes et angles en repère orthonormé
 - Modéliser : caractériser un plan par un vecteur normal et une équation cartésienne
 - Représenter : exploiter un tétraèdre dessiné dans un repère orthonormé
 - Raisonner : justifier l'orthogonalité d'une droite et d'un plan, de deux plans
 - Chercher : relier projeté orthogonal, distance, aire et volume dans un problème

Exercice 1 : Produit scalaire et angle (4 points)

Calculatrice autorisée.

Dans tout le sujet, l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les vecteurs $\vec{u}(2; -1; 2)$ et $\vec{v}(1; 1; 4)$.

- Calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$. (1 point)
- Calculer les normes $|\vec{u}|$ et $|\vec{v}|$. (1 point)

- c. En déduire une mesure en degrés de l'angle géométrique formé par les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. (1 point)
- d. Pour tout réel m , on pose $\vec{w}(m; m+1; 3)$. Déterminer m pour que $\vec{w}$ soit orthogonal à $\vec{u}$. (1 point)

Exercice 2 : Vecteur normal et équations de plans (4 points)

On note P le plan passant par $A(1; 2; -1)$ et de vecteur normal $\vec{n}(2; -1; 3)$.

- a. Déterminer une équation cartésienne du plan P . (1 point)
- b. Le point $B(0; 3; 0)$ appartient-il au plan P ? (0,5 point)
- c. Le plan Q a pour équation $x + 5y + z - 4 = 0$. Montrer que les plans P et Q sont perpendiculaires. (1 point)
- d. Déterminer une équation cartésienne du plan P' parallèle à P et passant par $C(1; 0; 1)$. (1 point)
- e. Le plan R a pour équation $-4x + 2y - 6z + 7 = 0$. Les plans P et R sont-ils parallèles? confondus? (0,5 point)

Exercice 3 : Projeté orthogonal sur un plan (4,5 points)

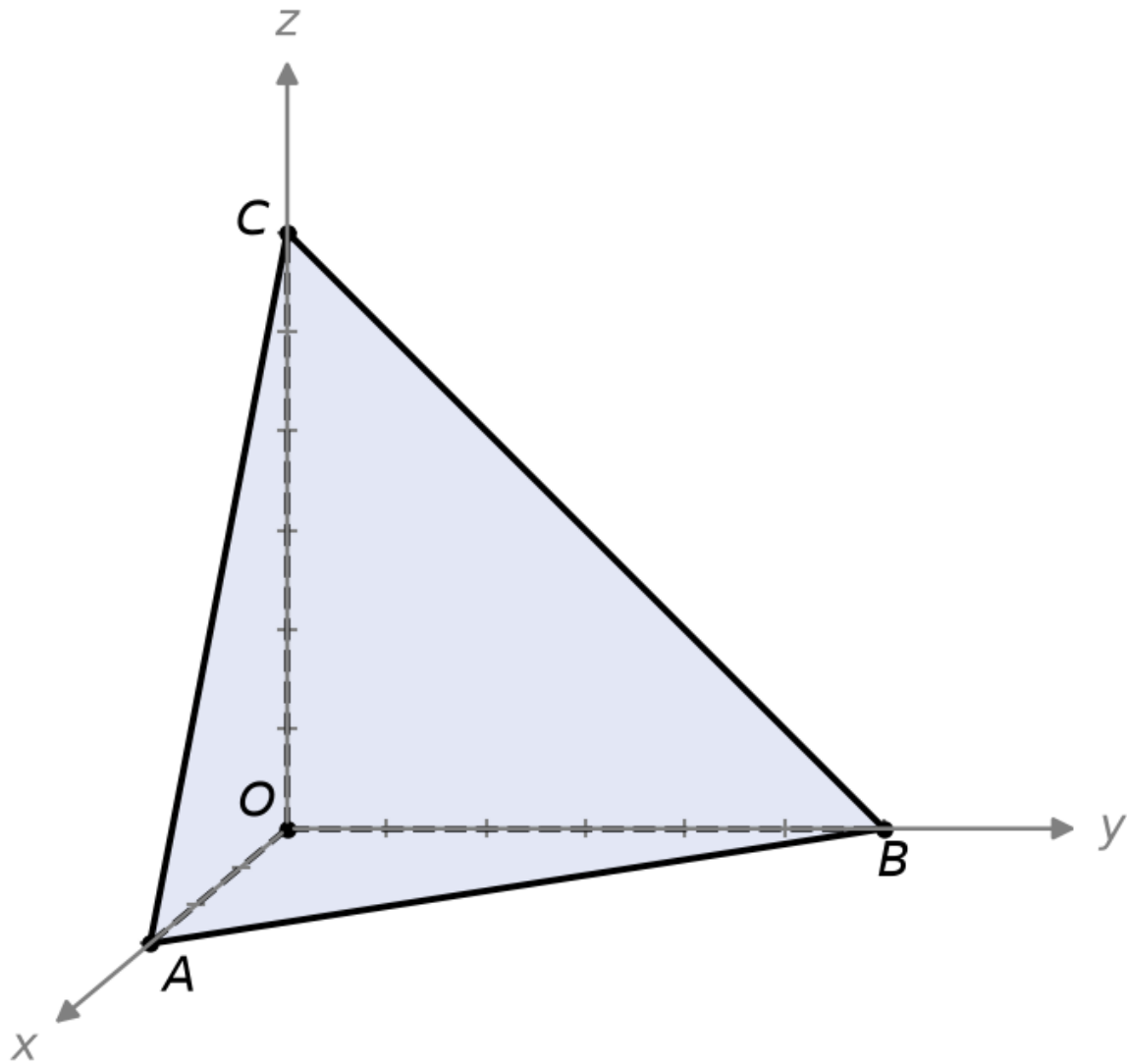
On considère le plan P d'équation $x + 2y + 2z - 9 = 0$ et le point $M(2; -2; 1)$.

- a. Donner une représentation paramétrique de la droite Δ passant par M et orthogonale au plan P . (1 point)
- b. Déterminer les coordonnées du point H , projeté orthogonal de M sur le plan P . (1,5 point)

- c. En déduire la distance du point M au plan P . (0,5 point)
- d. Déterminer les coordonnées du point M' , symétrique de M par rapport au plan P . (1 point)
- e. Soit N un point quelconque du plan P , distinct de H . Justifier que $MN > MH$. (0,5 point)

Exercice 4 : Un tétraèdre dans un repère (7,5 points)

On considère les points $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$ et $C(0;0;6)$, situés sur les axes du repère, et le tétraèdre $OABC$ représenté ci-dessous.



(La figure n'est pas à l'échelle.)

- Montrer que le vecteur $\vec{n}(2;1;1)$ est normal au plan (ABC) . (1,5 point)
- En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) . (1 point)
- On note d la droite passant par O et orthogonale au plan (ABC) . Donner une représentation paramétrique de d , puis montrer que le projeté orthogonal de O sur le plan (ABC) est le point $H(2;1;1)$. (1,5 point)
- Calculer la distance OH . (0,5 point)
- Calculer le volume du tétraèdre $OABC$. On rappelle que le volume d'un tétraèdre est

$V = \frac{1}{3} \times S \times h$, où S est l'aire d'une base et h la hauteur associée. (1 point)

f. En utilisant la base ABC , en déduire la valeur exacte de l'aire du triangle ABC . (1 point)

g. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, puis une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ arrondie au dixième de degré. (1 point)



Réviser avant le contrôle : orthogonalité et distances dans l'espace

Avant de faire ce contrôle, relis le cours « [Géométrie dans l'espace](#) » en Terminale et « [Représentation paramétrique et équation cartésienne](#) » en Terminale et « [Le produit scalaire](#) » en Terminale puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [représentations paramétriques et équations cartésiennes](#), [produit scalaire](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : vecteurs, droites et plans de l'espace](#)