

Contrôle de maths Terminale : limites par croissances comparées

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitre** : Limites et asymptotes
- **Durée conseillée** : 1 heure
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 5 points ; exercice 2 : 3 points ; exercice 3 : 4 points ; exercice 4 : 8 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Calculer : utiliser les croissances comparées de la fonction exponentielle et des puissances
 - Chercher : lever une forme indéterminée en factorisant par le terme qui l'emporte
 - Raisonner : appliquer la limite d'une composée et les théorèmes de comparaison et des gendarmes
 - Représenter : relier les limites et les variations d'une fonction à sa courbe
 - Communiquer : interpréter une limite en termes d'asymptote et de position de courbe

Exercice 1 : Croissances comparées (5 points)

Calculatrice autorisée.

Déterminer les limites suivantes en justifiant.

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$ (1 point)

- b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$ (1 point)
- c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x$ (1 point)
- d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x^2)$ (1 point)
- e. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^x + x}{e^x + x^2}$ (1 point)

Exercice 2 : Limites de fonctions composées (3 points)

Déterminer les limites suivantes en précisant les étapes de la composition.

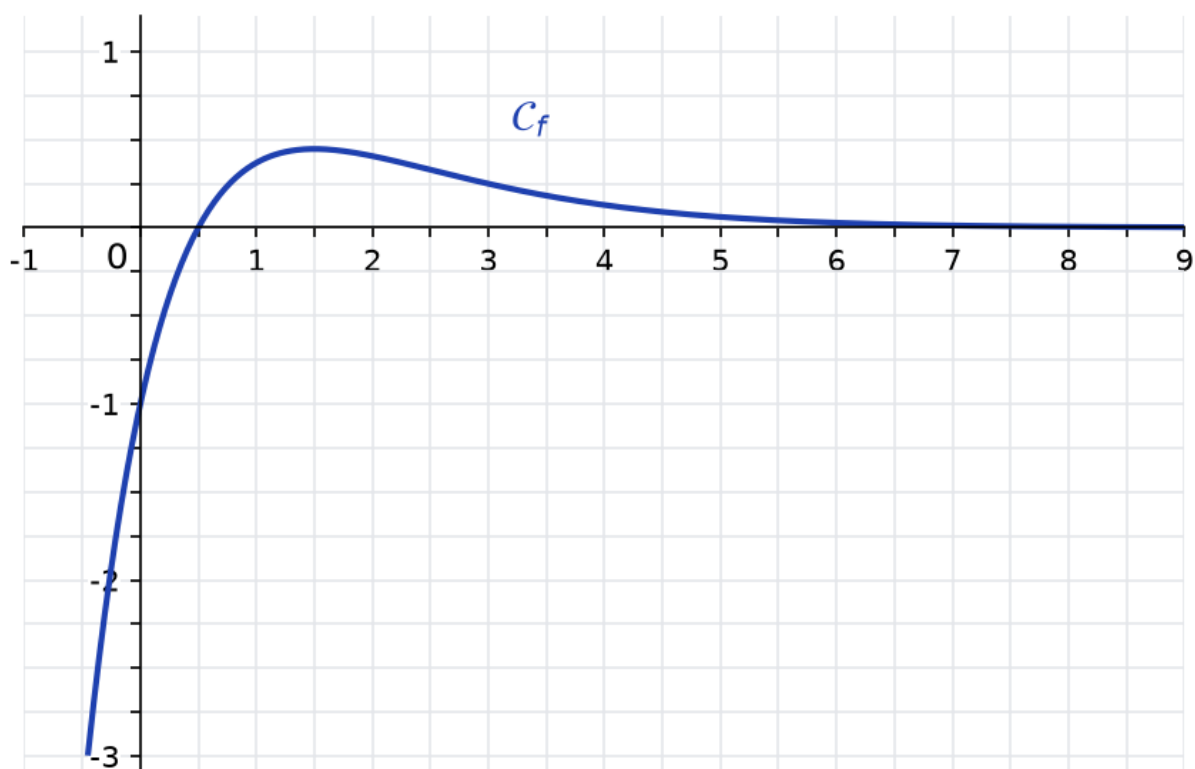
- a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2} + 1$ (1 point)
- b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{4x+1}{x+2}}$ (1 point)
- c. La limite de $e^{\frac{1}{x}}$ quand x tend vers 0 par valeurs supérieures, puis par valeurs inférieures. (1 point)

Exercice 3 : Comparaison et encadrement (4 points)

- a. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + \sin(x)$. Montrer que, pour tout réel x , $x - 1 \leq f(x) \leq x + 1$, puis en déduire les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. (2 points)
- b. Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x + \sin(x)}{x}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (1,5 point)
- c. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \cos(x) e^{-x}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$. (0,5 point)

Exercice 4 : Étude d'une fonction exponentielle (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x - 1)e^{-x}$. Sa courbe $\mathcal{C}_f$ est tracée ci-dessous dans un repère orthogonal.



- Déterminer la limite de f en $-\infty$. (1 point)
- Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra écrire $f(x) = 2 \times \frac{x}{e^x} - e^{-x}$). Interpréter graphiquement ce résultat. (2 points)
- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x)$. (1 point)
- Montrer que, pour tout réel x , $f'(x) = (3 - 2x)e^{-x}$. En déduire le tableau de variations complet de f (avec les limites) et la valeur exacte de son maximum, puis une valeur approchée à 10^{-2} près. (2,5 points)
- Étudier le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x . En déduire la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à

l'axe des abscisses et vérifier la cohérence avec la figure. (1,5 point)



Réviser avant le contrôle : limites par croissances comparées

Avant de faire ce contrôle, relis le cours [« Les limites et les asymptotes » en Terminale](#) puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [limite de fonctions](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : limites de fonctions et asymptotes](#)