Contrôle de maths Terminale : limites de suites et convergence

Fiche du contrôle

- **Niveau :** Terminale
- **Chapitre :** Suites numériques et raisonnement par récurrence
- **Durée conseillée :** 1 heure
- **Barème :** sur 20 points (exercice 1 : 5 points ; exercice 2 : 4 points ; exercice 3 : 4 points ; exercice 4 : 7 points)
- **Compétences évaluées :**
  - Calculer : déterminer la limite d'une suite par opérations, en levant une forme indéterminée
  - Raisonner : utiliser les théorèmes de comparaison, des gendarmes et de convergence monotone
  - Modéliser : traduire une évolution mensuelle par une suite arithmético-géométrique
  - Chercher : compléter un algorithme Python de seuil et interpréter son résultat
  - Communiquer : interpréter une limite dans le contexte d'un problème

Exercice 1 : Limites par opérations (5 points)

Calculatrice autorisée.

Déterminer la limite de chacune des suites suivantes, définies pour tout entier naturel n. Justifier.

a. $u_n = 3n^2 - 5n + 1$ *(1 point)*

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

b. $v_n = \frac{2n+1}{n+3}$ *(1 point)*

c. $w_n = 5 - 2 \times 0{,}8^n$ *(1 point)*

d. $t_n = 2^n - 5^n$ *(1 point)*

e. S_n est la somme des termes $\left(\frac{1}{2}\right)^k$ pour k allant de 0 à n : $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ + etc. + $\left(\frac{1}{2}\right)^n$. *(1 point)*

Exercice 2 : Comparaison et gendarmes (4 points)

Déterminer la limite de chacune des suites suivantes, en utilisant un théorème de comparaison ou le théorème des gendarmes.

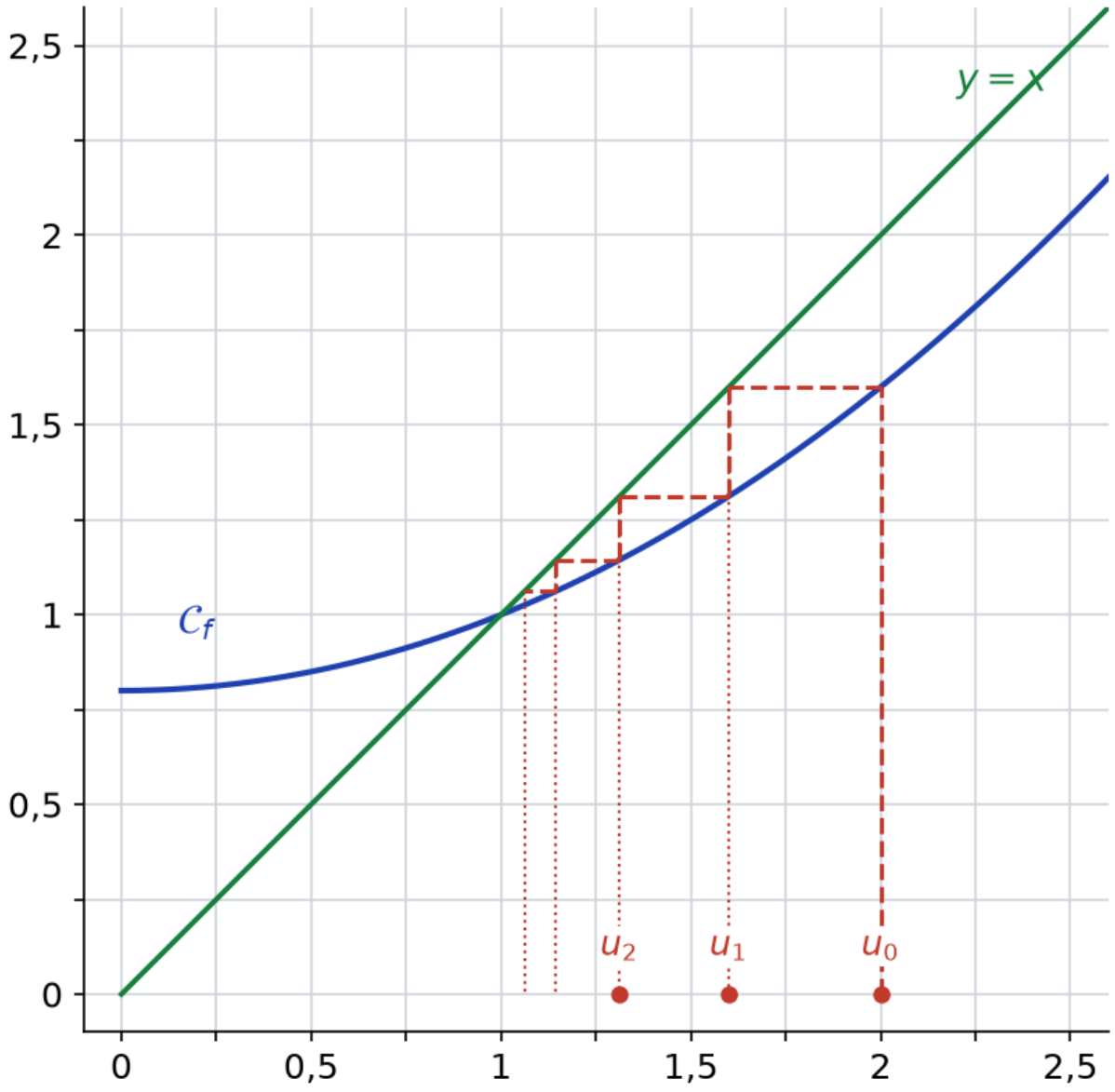
a. Pour tout entier naturel n, $a_n = \frac{2n + \cos(n)}{n+1}$. *(1,5 point)*

b. Pour tout entier naturel n, $b_n = n^2 + 3 \times (-1)^n$. *(1 point)*

c. Pour tout entier $n \geq 1$, $c_n = \frac{n + \sin(n)}{n^2}$. *(1,5 point)*

Exercice 3 : Convergence monotone (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^2+4}{5}$ et la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$. La figure ci-dessous montre la courbe de f, la droite d'équation $y = x$ et la construction des premiers termes.



a. Calculer u_1 et u_2. À l'aide de la figure, conjecturer le sens de variation et la limite de (u_n). *(1 point)*

b. On admet que f est croissante sur $[0\,;+\infty[$. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $1 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 2$. *(1,5 point)*

c. En déduire que la suite (u_n) est convergente. *(0,5 point)*

d. On admet que sa limite ℓ vérifie $f(\ell) = \ell$. Déterminer ℓ. *(1 point)*

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

Exercice 4 : Les abonnés d'une lettre d'information (7 points)

Une association envoie chaque mois une lettre d'information par courriel. En janvier 2026, elle compte 2 000 abonnés. Chaque mois, 10 % des abonnés se désinscrivent et 300 nouvelles personnes s'abonnent. On note u_n le nombre d'abonnés n mois après janvier 2026, donc $u_0 = 2\,000$.

a. Calculer u_1 et u_2. *(0,5 point)*

b. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 300$. *(0,5 point)*

c. On pose, pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 3\,000$. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique et préciser sa raison et son premier terme. *(1,5 point)*

d. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 3\,000 - 1\,000 \times 0{,}9^n$. *(1 point)*

e. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat. *(1 point)*

f. L'association veut savoir à partir de quel mois elle dépassera 2 900 abonnés. Recopier et compléter la fonction Python ci-dessous pour qu'elle renvoie le plus petit entier n tel que $u_n \geq 2\,900$. *(1,5 point)*

```
def seuil():
u = 2000
n = 0
while ..........:
u = ..........
n = ..........
return n
```

g. Déterminer la valeur renvoyée par cette fonction, en expliquant la démarche, et donner le mois correspondant. *(1 point)*

Réviser avant le contrôle : limites de suites et convergence

Avant de faire ce contrôle, relis le cours « Le raisonnement par récurrence » en Terminale et « Les suites numériques » en Terminale puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** la récurrence, suites numériques.

Retrouve tous les **contrôles de maths en Terminale** classés par chapitre, ou choisis un autre niveau sur la page contrôles de maths du CP à la Terminale.

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- Contrôle de maths Terminale : raisonnement par récurrence et suites
- Contrôle de maths Terminale : suites et fonction logarithme

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.