

Contrôle de maths Terminale : intégrales et intégration par parties

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitre** : Calcul d'intégrales
- **Durée conseillée** : 2 heures
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 5 points ; exercice 2 : 4 points ; exercice 3 : 5 points ; exercice 4 : 6 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Calculer : évaluer une intégrale à l'aide d'une primitive
 - Raisonner : utiliser la linéarité, la relation de Chasles, la positivité et la croissance de l'intégrale
 - Chercher : choisir les fonctions u et v' dans une intégration par parties
 - Raisonner : étudier une suite d'intégrales par comparaison et encadrement

Exercice 1 : Calculer des intégrales (5 points)

Calculatrice interdite.

Calcule la valeur exacte de chacune des intégrales suivantes.

a. $A = \int_0^2 (3x^2 - 2x + 1) dx$ (1 point)

b. $B = \int_1^e \frac{2}{x} dx$ (1 point)

c. $C = \int_0^{\ln 2} e^{2x} dx$ (1 point)

d. $D = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x) dx$ (1 point)

e. $E = \int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$ (1 point)

Exercice 2 : Propriétés de l'intégrale (4 points)

Soient f et g deux fonctions continues sur $[0 ; 3]$. On sait que :

$$\int_0^1 f(x) dx = 2, \quad \int_1^3 f(x) dx = -5 \text{ et } \int_0^3 g(x) dx = 4.$$

a. Calcule $\int_0^3 f(x) dx$. (1 point)

b. Calcule $\int_0^3 (2f(x) - 3g(x)) dx$. (1 point)

c. Sans calculer l'intégrale, justifie que $\int_1^2 \ln x dx \geq 0$. (1 point)

d. Sans calculer les intégrales, compare $\int_0^1 x^2 e^x dx$ et $\int_0^1 x e^x dx$. (1 point)

Exercice 3 : Intégrations par parties (5 points)

À l'aide d'une intégration par parties, calcule la valeur exacte de :

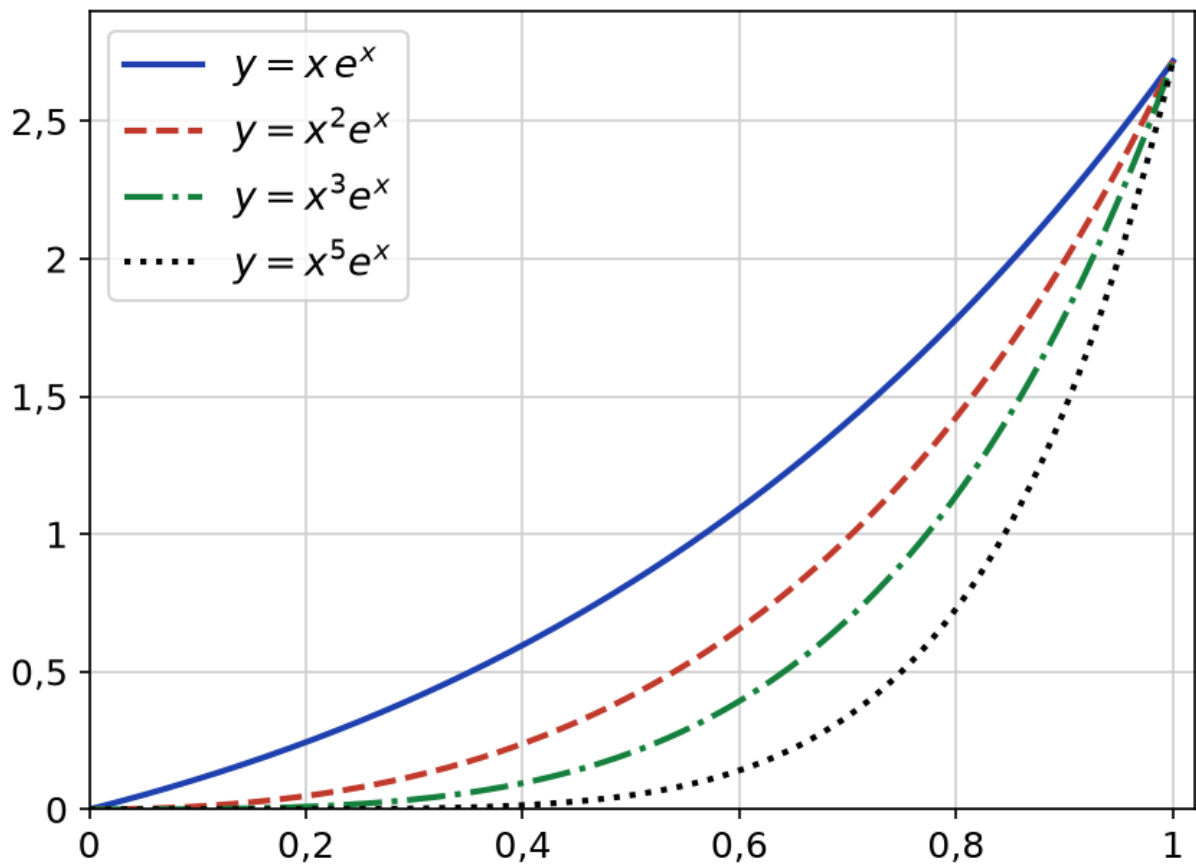
a. $I = \int_0^1 x e^x dx$ (2 points)

b. $J = \int_1^e x \ln x dx$ (2 points)

c. $K = \int_0^\pi x \sin x dx$ (1 point)

Exercice 4 : Une suite d'intégrales (6 points)

Pour tout entier naturel n , on pose $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$ (avec $x^0 = 1$). La figure représente, sur $[0 ; 1]$, les courbes des fonctions $x \rightarrow x^n e^x$ pour $n = 1, 2, 3$ et 5 .



- Calcule I_0 . (0,5 point)
- À l'aide d'une intégration par parties, montre que pour tout entier naturel n :

$$I_{n+1} = e - (n+1)I_n$$
. (1,5 point)
- Déduis-en les valeurs exactes de I_1 et de I_2 . (1 point)
- Justifie que, pour tout entier naturel n , $I_n \geq 0$. (0,5 point)
- Quelle conjecture la figure suggère-t-elle sur le sens de variation de la suite (I_n) ? Démontre-la. (1 point)
- Montre que, pour tout entier naturel n , $\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{e}{n+1}$, puis déduis-en la limite de la suite (I_n) . (1,5 point)



Réviser avant le contrôle : intégrales et intégration par parties

Avant de faire ce contrôle, relis le cours « [Calculs d'intégrales](#) » en Terminale puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [intégrales et primitives](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : aires et valeur moyenne d'une fonction](#)
- [Contrôle de maths Terminale : dérivation et calcul intégral](#)