

Contrôle de maths Terminale : équations et inéquations avec ln

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitre** : La fonction logarithme népérien
- **Durée conseillée** : 1 heure 30
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 4 points ; exercice 2 : 5 points ; exercice 3 : 4 points ; exercice 4 : 3 points ; exercice 5 : 4 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Calculer : simplifier des expressions avec les propriétés algébriques de ln et exp
 - Raisonner : déterminer le domaine de validité avant de résoudre
 - Chercher : se ramener à une équation du second degré par changement de variable
 - Modéliser : traduire une décroissance de 20 % par heure par une suite géométrique
 - Communiquer : justifier le changement de sens d'une inégalité

Exercice 1 : Propriétés algébriques du logarithme (4 points)

Calculatrice autorisée, mais les résultats demandés sous forme exacte doivent être justifiés sans elle.

- Écrire $A = \ln 72$ en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$. (1 point)
- Écrire $B = \ln\left(\frac{1}{16}\right) + \ln\sqrt{27}$ en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$. (1 point)
- Simplifier $C = \ln(e^3) - \ln\left(\frac{e}{2}\right)$. (1 point)
- Calculer $D = e^{2\ln 3} - \ln(e^{-2})$. (1 point)

Exercice 2 : Résoudre des équations (5 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, en précisant d'abord, s'il y a lieu, l'ensemble sur lequel l'équation a un sens.

- a. $\ln(2x - 1) = 0$ (1 point)
- b. $\ln(x + 3) + \ln(x - 1) = \ln 12$ (1,5 point)
- c. $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$ (on pourra poser $X = e^x$) (1,5 point)
- d. $(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$ (1 point)

Exercice 3 : Résoudre des inéquations (4 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes, en précisant l'ensemble sur lequel elles ont un sens. Donner les solutions sous forme d'intervalle.

- a. $\ln(3 - x) \leq 0$ (1 point)
- b. $\ln x > \ln(4 - x)$ (1 point)
- c. $e^{3x} - 1 \geq 5$ (valeur exacte, puis arrondi au centième) (1 point)
- d. $2\ln x \leq \ln(x + 6)$ (1 point)

Exercice 4 : Limites avec ln (3 points)

Déterminer les limites suivantes en justifiant.

- a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - 3\ln x)$ (0,5 point)
- b. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$ (1 point)
- c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ (0,5 point)
- d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$, en reconnaissant un nombre dérivé. (1 point)

Exercice 5 : Élimination d'un médicament (4 points)

On injecte à Samir une dose de 50 mg d'un médicament. Chaque heure, son organisme élimine 20 % de la quantité de médicament présente dans le sang. On note q_n la quantité de médicament, en mg, présente n heures après l'injection ; ainsi $q_0 = 50$.

- a. Justifier que $q_{n+1} = 0,8 q_n$, puis que $q_n = 50 \times 0,8^n$ pour tout entier naturel n . (1 point)
- b. Calculer la quantité de médicament présente 3 heures après l'injection. (0,5 point)
- c. Le médicament est considéré comme éliminé lorsque la quantité présente est strictement inférieure à 1 % de la dose injectée, soit 0,5 mg. Montrer que cela revient à résoudre $0,8^n < 0,01$, puis déterminer par le calcul le plus petit entier n qui convient. (2 points)
- d. Au bout de combien d'heures entières la quantité présente est-elle pour la première fois inférieure ou égale à la moitié de la dose injectée ? (0,5 point)



Réviser avant le contrôle : équations et inéquations avec $\ln$

Avant de faire ce contrôle, relis le cours [« La fonction logarithme népérien » en Terminale](#) puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [logarithmes](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : étude de fonctions avec logarithme](#)
- [Contrôle de maths Terminale : suites et fonction logarithme](#)