Contrôle de maths Terminale : équations différentielles y' = ay + b

Fiche du contrôle

- **Niveau :** Terminale
- **Chapitre :** Primitives et équations différentielles
- **Durée conseillée :** 1 heure 30
- **Barème :** sur 20 points (exercice 1 : 3 points ; exercice 2 : 5 points ; exercice 3 : 5 points ; exercice 4 : 7 points)
- **Compétences évaluées :**
  - Calculer : résoudre les équations y′ = f, y′ = ay et y′ = ay + b
  - Raisonner : justifier qu'une fonction est solution et se ramener à l'équation homogène
  - Modéliser : traduire la loi de refroidissement de Newton par une équation différentielle
  - Représenter : lire et contrôler un résultat sur la courbe d'une solution

Exercice 1 : Premières équations différentielles (3 points)

Calculatrice autorisée.

Dans cet exercice, y désigne une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

a. Détermine toutes les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = 3x^2 - e^{2x}$. *(1 point)*

b. Détermine toutes les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = -2y$. *(1 point)*

c. Détermine la solution f de l'équation $y' = 0{,}5y$ telle que $f(0) = 3$. *(1 point)*

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

Exercice 2 : Résoudre y' = ay + b (5 points)

On considère l'équation différentielle $(E) : y' = -3y + 6$.

a. Détermine la fonction constante solution de (E) . *(1 point)*

b. Donne toutes les solutions de (E) sur $\mathbb{R}$. *(1,5 point)*

c. Détermine la solution f de (E) telle que $f(0) = 5$. *(1 point)*

d. Étudie les variations de f sur $[0 ; +\infty[$ et calcule sa limite en $+\infty$. *(1,5 point)*

Exercice 3 : Une équation avec second membre (5 points)

On considère l'équation différentielle $(E) : y' = -y + 2x + 3$, et l'équation homogène associée $(E_0) : y' = -y$.

a. Détermine les réels a et b tels que la fonction affine $p : x \to ax + b$ soit solution de (E) . *(1,5 point)*

b. Démontre qu'une fonction y dérivable sur $\mathbb{R}$ est solution de (E) si et seulement si la fonction $y - p$ est solution de (E_0) . *(1,5 point)*

c. Déduis-en toutes les solutions de (E) sur $\mathbb{R}$. *(1 point)*

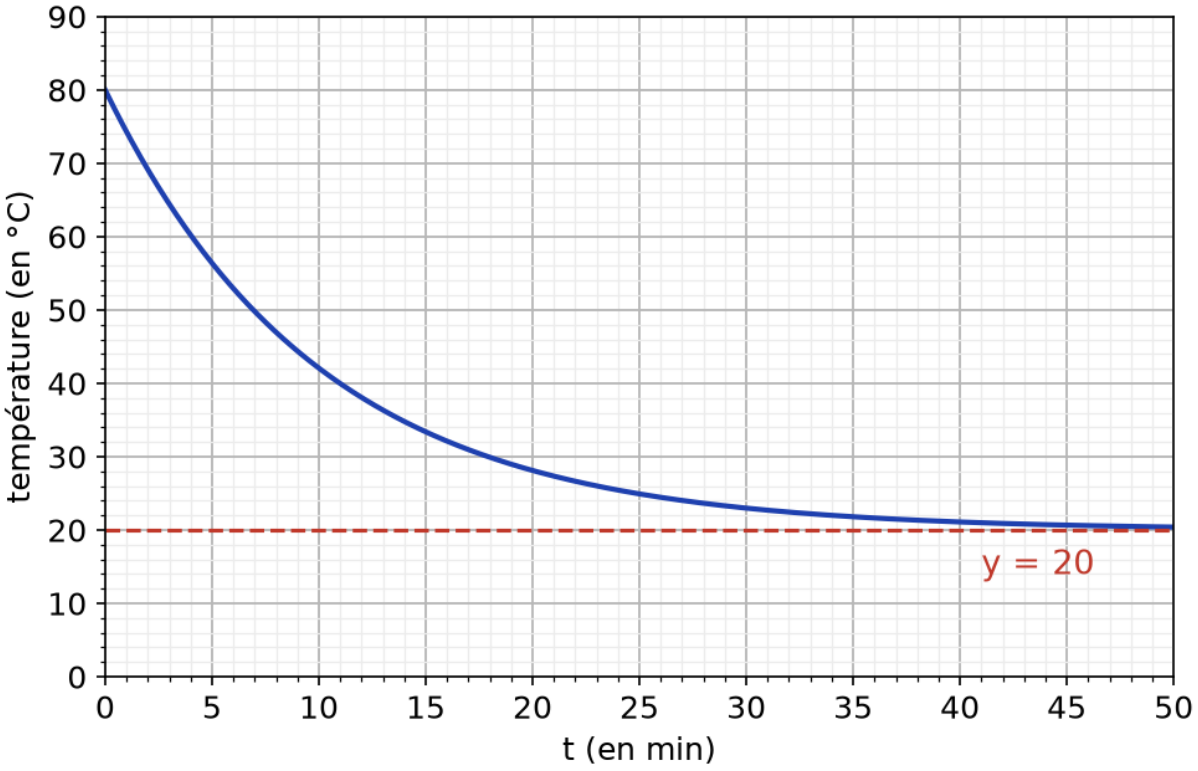
d. Détermine la solution g de (E) telle que $g(0) = 0$. *(1 point)*

Exercice 4 : Le refroidissement d'un café (7 points)

Inès se sert un café à 80 °C dans une pièce où la température est constante et égale à 20 °C. On note $\theta(t)$ la température du café, en °C, t minutes après qu'il a été servi. D'après la loi de refroidissement de Newton, la fonction θ vérifie, pour tout $t \geq 0$:

$$\theta'(t) = -0{,}1\big(\theta(t) - 20\big) \text{ et } \theta(0) = 80.$$

La courbe représentative de θ est tracée ci-dessous.



a. Montre que θ est solution de l'équation différentielle $y' = -0{,}1y + 2$. *(0,5 point)*

b. Résous cette équation, puis montre que, pour tout $t \geq 0$, $\theta(t) = 60e^{-0{,}1t} + 20$. *(2 points)*

c. Calcule la température du café 5 minutes après avoir été servi, arrondie au dixième de degré. *(1 point)*

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

d. Calcule la limite de $\theta(t)$ quand t tend vers $+\infty$ et interprète-la. *(1 point)*

e. Inès aime boire son café à 50 °C. Au bout de combien de temps, à la seconde près, le café atteint-il cette température ? Donne la valeur exacte, puis une valeur approchée. *(1,5 point)*

f. Contrôle le résultat de la question e) sur la courbe, puis lis graphiquement au bout de combien de minutes le café descend à 30 °C. Vérifie cette lecture par le calcul. *(1 point)*

Réviser avant le contrôle : équations différentielles y' = ay + b

Avant de faire ce contrôle, relis le cours « Les équations différentielles » en Terminale puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** les équations différentielles.

Retrouve tous les **contrôles de maths en Terminale** classés par chapitre, ou choisis un autre niveau sur la page contrôles de maths du CP à la Terminale.

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- Contrôle de maths Terminale : primitives de fonctions usuelles