

Contrôle de maths Terminale : équations différentielles $y' = ay + b$

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitre** : Primitives et équations différentielles
- **Durée conseillée** : 1 heure 30
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 3 points ; exercice 2 : 5 points ; exercice 3 : 5 points ; exercice 4 : 7 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Calculer : résoudre les équations $y' = f$, $y' = ay$ et $y' = ay + b$
 - Raisonner : justifier qu'une fonction est solution et se ramener à l'équation homogène
 - Modéliser : traduire la loi de refroidissement de Newton par une équation différentielle
 - Représenter : lire et contrôler un résultat sur la courbe d'une solution

Exercice 1 : Premières équations différentielles (3 points)

Calculatrice autorisée.

Dans cet exercice, y désigne une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

- Détermine toutes les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = 3x^2 - e^{2x}$. (1 point)
- Détermine toutes les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = -2y$. (1 point)
- Détermine la solution f de l'équation $y' = 0,5y$ telle que $f(0) = 3$. (1 point)

Exercice 2 : Résoudre $y' = ay + b$ (5 points)

On considère l'équation différentielle $(E): y' = -3y + 6$.

- Détermine la fonction constante solution de (E) . (1 point)
- Donne toutes les solutions de (E) sur $\mathbb{R}$. (1,5 point)
- Détermine la solution f de (E) telle que $f(0) = 5$. (1 point)
- Étudie les variations de f sur $[0; +\infty[$ et calcule sa limite en $+\infty$. (1,5 point)

Exercice 3 : Une équation avec second membre (5 points)

On considère l'équation différentielle $(E): y' = -y + 2x + 3$, et l'équation homogène associée $(E_0): y' = -y$.

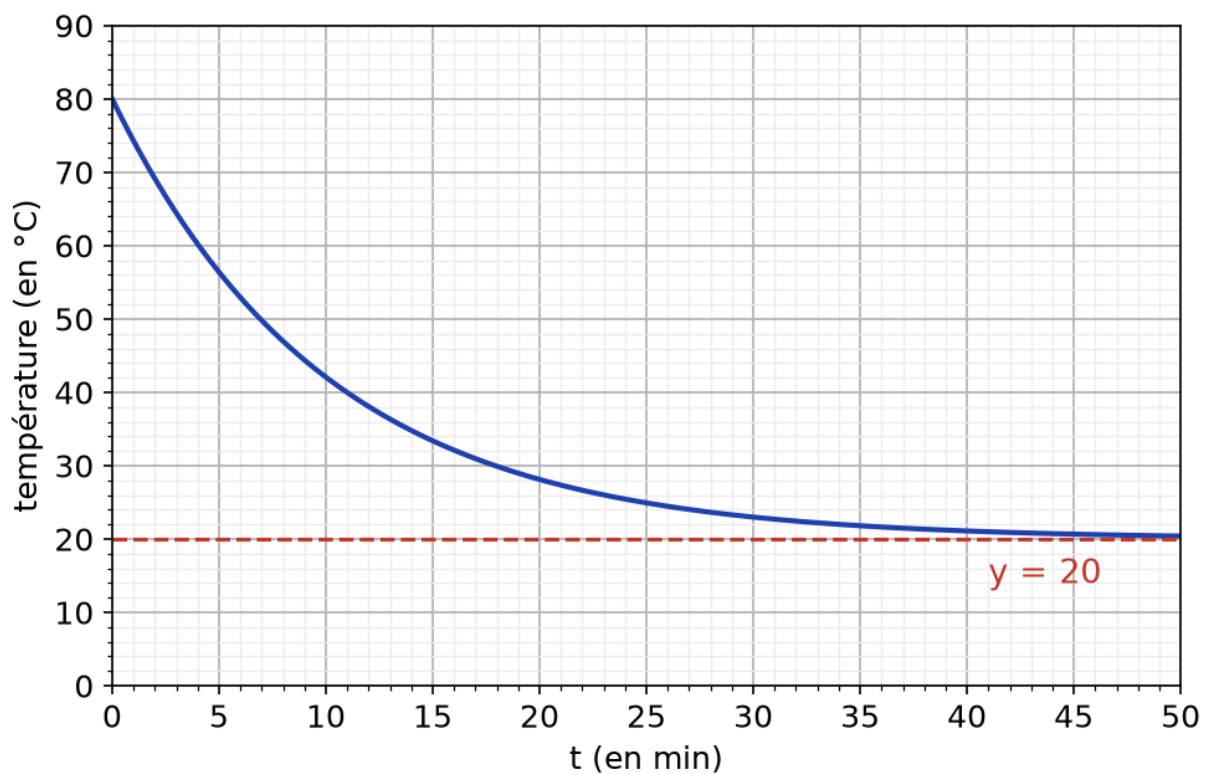
- Détermine les réels a et b tels que la fonction affine $p: x \rightarrow ax + b$ soit solution de (E) . (1,5 point)
- Démontre qu'une fonction y dérivable sur $\mathbb{R}$ est solution de (E) si et seulement si la fonction $y - p$ est solution de (E_0) . (1,5 point)
- Déduis-en toutes les solutions de (E) sur $\mathbb{R}$. (1 point)
- Détermine la solution g de (E) telle que $g(0) = 0$. (1 point)

Exercice 4 : Le refroidissement d'un café (7 points)

Inès se sert un café à $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ dans une pièce où la température est constante et égale à $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. On note $\theta(t)$ la température du café, en $^{\circ}\text{C}$, t minutes après qu'il a été servi. D'après la loi de refroidissement de Newton, la fonction θ vérifie, pour tout $t \geq 0$:

$$\theta'(t) = -0,1(\theta(t) - 20) \text{ et } \theta(0) = 80.$$

La courbe représentative de θ est tracée ci-dessous.



- Montre que θ est solution de l'équation différentielle $y' = -0,1y + 2$. (0,5 point)
- Résous cette équation, puis montre que, pour tout $t \geq 0$, $\theta(t) = 60e^{-0,1t} + 20$. (2 points)
- Calcule la température du café 5 minutes après avoir été servi, arrondie au dixième de degré. (1 point)

- d. Calcule la limite de $\theta(t)$ quand t tend vers $+\infty$ et interprète-la. (1 point)
- e. Inès aime boire son café à 50 °C. Au bout de combien de temps, à la seconde près, le café atteint-il cette température ? Donne la valeur exacte, puis une valeur approchée. (1,5 point)
- f. Contrôle le résultat de la question e) sur la courbe, puis lis graphiquement au bout de combien de minutes le café descend à 30 °C. Vérifie cette lecture par le calcul. (1 point)



Réviser avant le contrôle : équations différentielles $y' = ay + b$

Avant de faire ce contrôle, relis le cours « [Les équations différentielles](#) » en Terminale puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [les équations différentielles](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : primitives de fonctions usuelles](#)