

Contrôle de maths Terminale : dérivée d'une composée et variations

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitre** : Dérivation et convexité
- **Durée conseillée** : 1 heure
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 5 points ; exercice 2 : 4 points ; exercice 3 : 7 points ; exercice 4 : 4 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Calculer : dériver des fonctions composées de la forme $u(ax + b)$, e^u , racine de u et u^n
 - Raisonner : déduire le sens de variation d'une fonction du signe de sa dérivée
 - Représenter : dresser un tableau de variations complet avec les limites et les extremums
 - Modéliser : exprimer une distance par une fonction et la rendre minimale
 - Communiquer : déterminer et interpréter l'équation d'une tangente

Exercice 1 : Dérivées de fonctions composées (5 points)

Calculatrice autorisée.

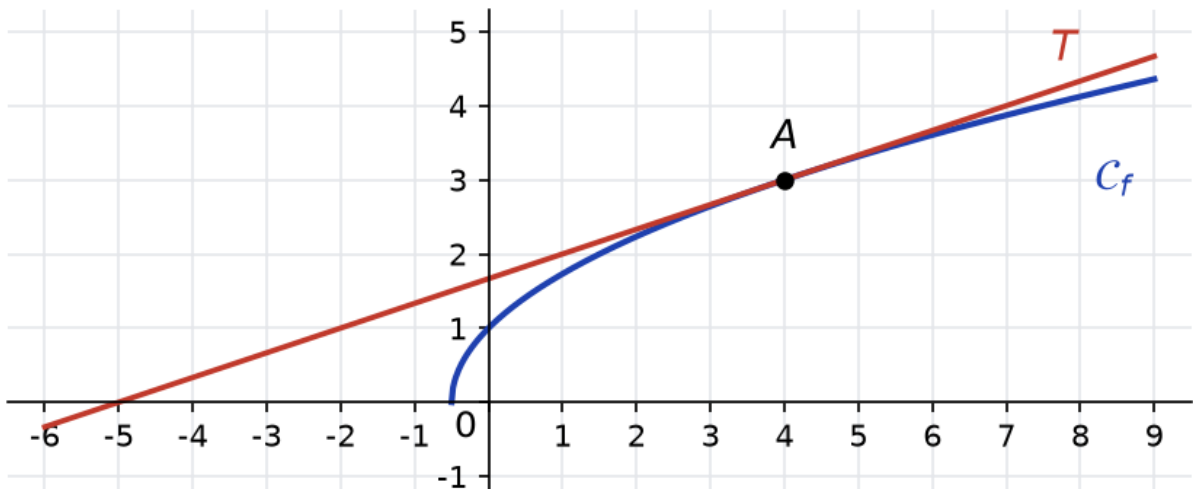
Pour chaque fonction, on admet qu'elle est dérivable sur l'intervalle indiqué. Calculer sa dérivée et l'écrire sous forme simplifiée.

a. $f(x) = (3x - 1)^4$ sur $\mathbb{R}$. (1 point)

- b. $g(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ sur $\mathbb{R}$. (1 point)
- c. $h(x) = e^{x^2 - 3x}$ sur $\mathbb{R}$. (1 point)
- d. $k(x) = \frac{1}{(2x+1)^3}$ sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$. (1 point)
- e. $m(x) = \sqrt{4-2x}$ sur $]-\infty; 2[$. (1 point)

Exercice 2 : Tangente à une courbe (4 points)

Soit f la fonction définie sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{2x+1}$. On admet que f est dérivable sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$. On a tracé sa courbe $\mathcal{C}_f$ et la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 4.



- a. Calculer $f'(x)$ pour $x > -\frac{1}{2}$. (1 point)
- b. Déterminer une équation de la tangente T . (1,5 point)
- c. La tangente T passe-t-elle par le point $B(-5; 0)$? Justifier. (0,5 point)
- d. Déterminer le point de $\mathcal{C}_f$ en lequel la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x$. (1 point)

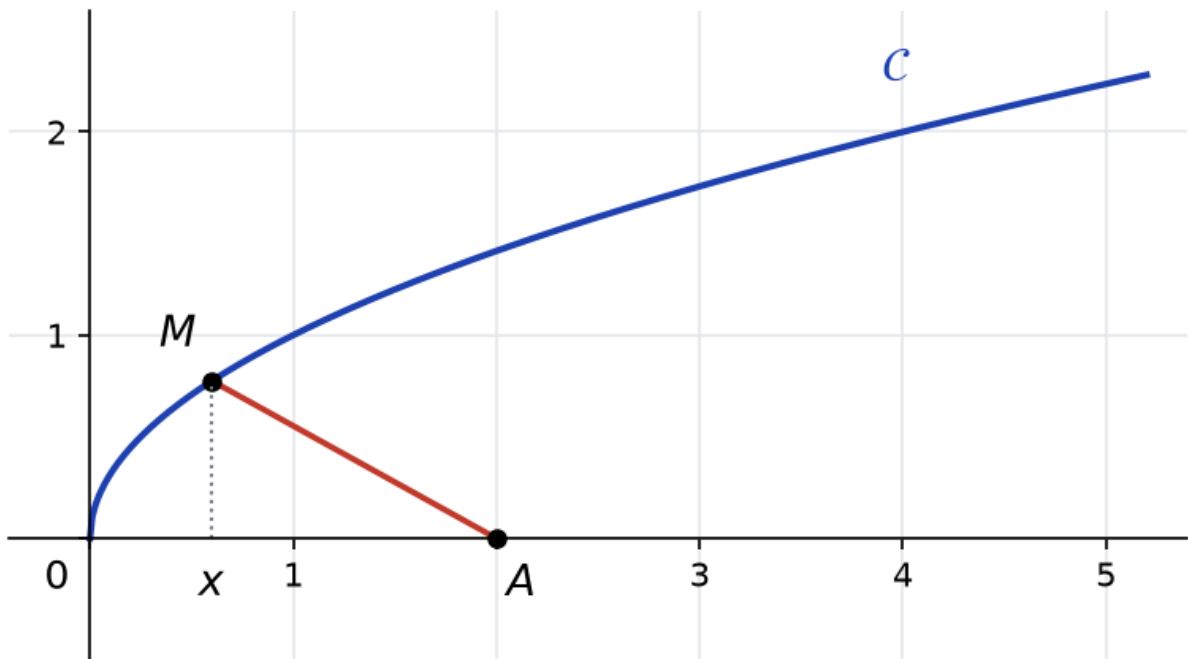
Exercice 3 : Étude complète d'une fonction (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 2)e^{2x}$, et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- Déterminer la limite de f en $-\infty$ (on pourra poser $X = 2x$). Interpréter graphiquement. (1,5 point)
- Déterminer la limite de f en $+\infty$. (0,5 point)
- Montrer que, pour tout réel x , $f'(x) = (2x - 3)e^{2x}$. (1,5 point)
- Dresser le tableau de variations complet de f , en donnant la valeur exacte de son minimum puis une valeur approchée à 10^{-2} près. (2 points)
- Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0. (1 point)
- Résoudre l'équation $f(x) = 0$. (0,5 point)

Exercice 4 : Le point le plus proche (4 points)

Dans un repère orthonormé, on considère la courbe $\mathcal{C}$ de la fonction racine carrée et le point $A(2;0)$. Pour tout réel $x \geq 0$, on note M le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse x , et $d(x)$ la distance AM .



- Montrer que, pour tout $x \geq 0$, $d(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$. (1 point)
- Justifier que $x^2 - 3x + 4 > 0$ pour tout réel x , puis calculer $d'(x)$. (1 point)
- Étudier les variations de d sur $[0; +\infty[$ et en déduire la distance minimale AM , en valeur exacte puis arrondie au centième. (1,5 point)
- Donner les coordonnées du point M correspondant. (0,5 point)



Réviser avant le contrôle : dérivée d'une composée et variations

Avant de faire ce contrôle, relis le cours [« La dérivée d'une fonction » en Terminale](#) puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [dérivée d'une fonction](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale](#) classés par chapitre, ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : convexité et points d'inflexion](#)
- [Contrôle de maths Terminale : dérivation et calcul intégral](#)