

Contrôle de maths Terminale : dénombrement et loi binomiale

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitres** : Combinatoire et dénombrement + Loi binomiale, sommes de variables aléatoires et concentration
- **Durée conseillée** : 2 heures
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 4 points ; exercice 2 : 4 points ; exercice 3 : 6 points ; exercice 4 : 6 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Calculer : dénombrer des combinaisons, des k-uplets et des tirages
 - Modéliser : reconnaître un schéma de Bernoulli et justifier une loi binomiale
 - Raisonner : relier un dénombrement à une probabilité binomiale
 - Chercher : majorer une probabilité par l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev et déterminer une taille d'échantillon
 - Communiquer : interpréter espérance et probabilités dans le contexte

Exercice 1 : Mains de cinq cartes (4 points)

Calculatrice autorisée.

Un jeu de 32 cartes contient 4 as. Hugo distribue une main de 5 cartes : c'est un ensemble de 5 cartes prises parmi les 32, l'ordre ne compte pas.

- a. Combien de mains différentes Hugo peut-il obtenir ? (1 point)

- b. Combien de mains contiennent exactement 2 as ? (1 point)
- c. Combien de mains contiennent au moins un as ? (1 point)
- d. Les mains sont équiprobables. Calcule la probabilité d'obtenir exactement 2 as, arrondie au millièème. (1 point)

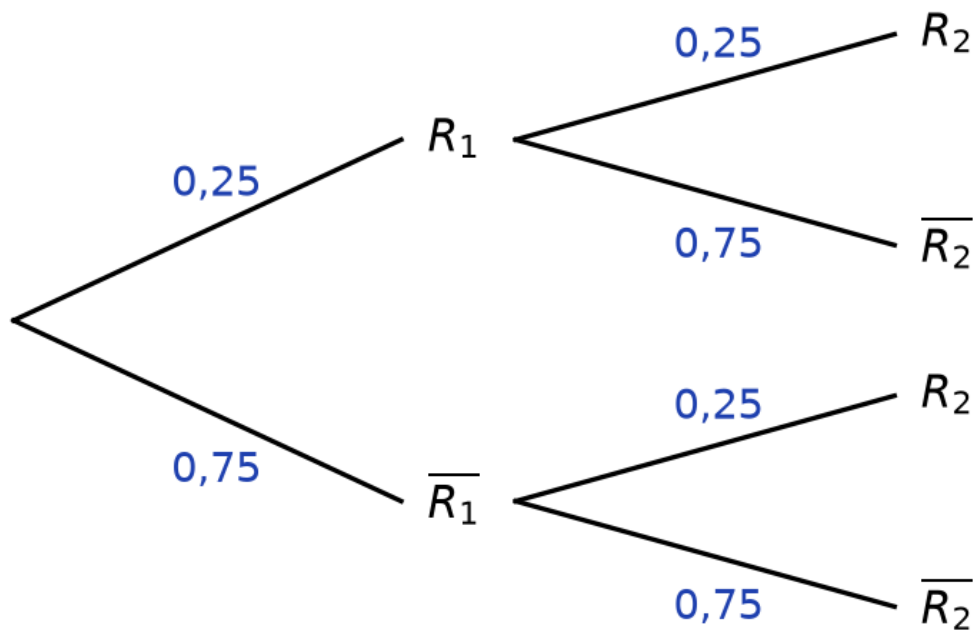
Exercice 2 : Les grilles de réponses d'un QCM (4 points)

Un QCM comporte 10 questions. Pour chaque question, 4 réponses sont proposées, dont une seule est juste. Un candidat coche exactement une réponse par question ; on appelle grille la liste ordonnée de ses 10 réponses.

- a. Combien de grilles différentes existe-t-il ? (1 point)
- b. Combien de grilles comportent exactement 3 réponses justes ? (1,5 point)
- c. Combien de grilles ne comportent aucune réponse juste ? (0,5 point)
- d. Un candidat remplit sa grille entièrement au hasard : toutes les grilles sont équiprobables. Calcule la probabilité qu'il ait exactement 3 réponses justes, arrondie au millièème. (1 point)

Exercice 3 : Répondre au hasard (6 points)

On reprend le QCM de l'exercice 2 : le candidat répond au hasard à chacune des 10 questions, indépendamment. Pour tout entier i de 1 à 10, on note R_i l'événement « la réponse à la question i est juste ». L'arbre ci-dessous représente les deux premières questions.



On note X le nombre de réponses justes sur l'ensemble du QCM.

- À l'aide de l'arbre, calcule la probabilité que le candidat ait exactement une réponse juste aux deux premières questions. (1 point)
- Justifie que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres. (1 point)
- Calcule $P(X = 3)$ avec la formule de la loi binomiale et compare avec l'exercice 2. (1 point)
- Chaque réponse juste rapporte 2 points et une réponse fausse 0 point. Le candidat est reçu s'il obtient au moins 10 points sur 20. Calcule la probabilité qu'un candidat qui répond au hasard soit reçu, arrondie au millième. (1,5 point)
- Calcule $E(X)$ et $V(X)$, puis l'espérance de la note N du candidat. Interprète. (1,5 point)

Exercice 4 : Écrans défectueux (6 points)

Une usine fabrique des écrans de téléphone ; 3 % d'entre eux présentent un défaut. On prélève au hasard un lot de 200 écrans, prélèvement assimilé à 200 tirages indépendants avec remise. On note Y le nombre d'écrans défectueux du lot ; on admet que Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 200$ et $p = 0,03$.

- Calcule $E(Y)$ et $V(Y)$. (1 point)
- Calcule $P(Y \leq 6)$, arrondie au millième. (1 point)
- À l'aide de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, majore $P(|Y - 6| \geq 5)$. Déduis-en une minoration de la probabilité que le lot contienne entre 2 et 10 écrans défectueux (bornes comprises). (1,5 point)
- Calcule à la calculatrice la valeur exacte arrondie au millième de $P(2 \leq Y \leq 10)$ et commente la minoration obtenue en c. (1 point)
- On prélève maintenant n écrans et on note F_n la fréquence d'écrans défectueux dans l'échantillon. L'inégalité de concentration donne $P(|F_n - 0,03| \geq 0,01) \leq \frac{0,03 \times 0,97}{n \times 0,01^2}$. Détermine la plus petite taille n pour laquelle ce majorant est inférieur ou égal à 0,05. (1,5 point)



Réviser avant le contrôle : dénombrement et loi binomiale

Avant de faire ce contrôle, relis le cours « [La logique combinatoire](#) » en Terminale et « [Les probabilités conditionnelles](#) » en Terminale puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés probabilités**.

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : listes, permutations et arrangements](#)
- [Contrôle de maths Terminale : combinaisons et triangle de Pascal](#)
- [Contrôle de maths Terminale : épreuves indépendantes et loi binomiale](#)
- [Contrôle de maths Terminale : espérance, variance et concentration](#)