

Contrôle de maths Terminale : continuité et valeurs intermédiaires

Fiche du contrôle

- **Niveau** : Terminale
- **Chapitre** : Continuité et théorème des valeurs intermédiaires
- **Durée conseillée** : 2 heures
- **Barème** : sur 20 points (exercice 1 : 4 points ; exercice 2 : 3 points ; exercice 3 : 5 points ; exercice 4 : 4 points ; exercice 5 : 4 points)
- **Compétences évaluées** :
 - Raisonner : étudier la continuité d'une fonction définie par morceaux et déterminer un paramètre
 - Chercher : dénombrer les solutions d'une équation à partir d'un tableau de variations
 - Calculer : encadrer une solution par balayage à la calculatrice
 - Modéliser : compléter et exécuter un algorithme de dichotomie en Python
 - Communiquer : rédiger l'application du corollaire du théorème des valeurs intermédiaires

Exercice 1 : Continuité d'une fonction définie par morceaux (4 points)

Calculatrice autorisée.

Soit a et m deux réels. On considère :

- la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ si $x \neq 2$, et $f(2) = a$;
- la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x + m$ si $x < 0$, et $g(x) = x^2 + 3$ si

$$x \geq 0.$$

- Simplifier $f(x)$ pour $x \neq 2$, puis déterminer $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$. (1 point)
- Pour quelle valeur de a la fonction f est-elle continue en 2 ? (1 point)
- Déterminer la limite de $g(x)$ quand x tend vers 0 par valeurs inférieures, et la valeur de $g(0)$. En déduire la valeur de m pour laquelle g est continue en 0. (1,5 point)
- Pour cette valeur de m , justifier que g est continue sur $\mathbb{R}$. (0,5 point)

Exercice 2 : Lire un tableau de variations (3 points)

Une fonction f continue sur $[-3 ; 5]$ a le tableau de variations suivant (les flèches indiquent que f est strictement monotone sur chaque intervalle).

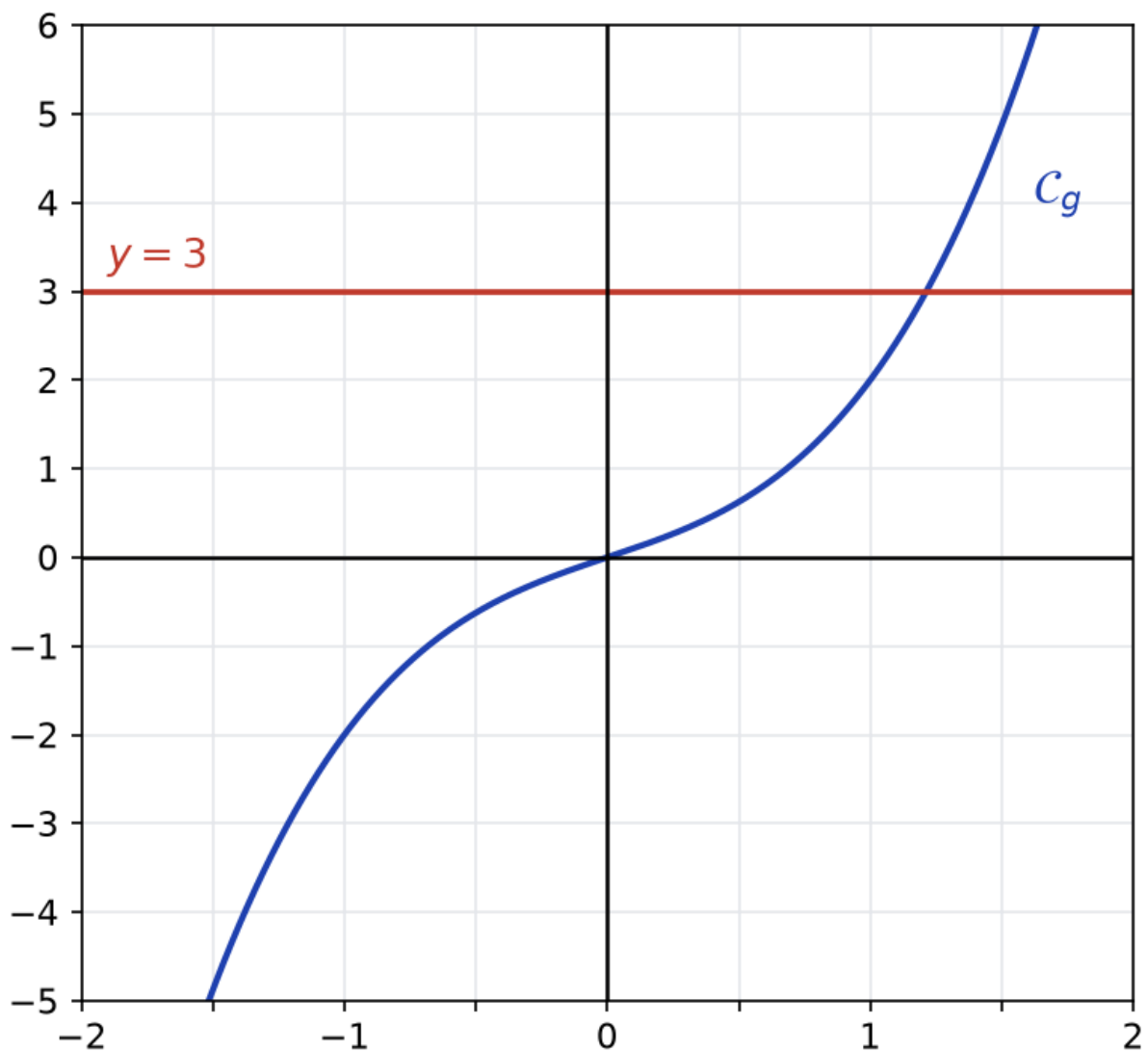
x	-3	0	3	5
$f(x)$	4	-2	5	1

Dans chaque cas, donner le nombre de solutions de l'équation sur $[-3 ; 5]$, en justifiant, et préciser dans quel intervalle se trouve chacune d'elles.

- a. $f(x) = 0$. (1 point)
- b. $f(x) = 3$. (1 point)
- c. $f(x) = 6$. (1 point)

Exercice 3 : Une solution unique et son encadrement (5 points)

On s'intéresse à l'équation $x^3 + x = 3$. On note g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + x$. Sa courbe $\mathcal{C}_g$ et la droite d'équation $y = 3$ sont tracées ci-dessous.



- Calculer $g'(x)$ et en déduire les variations de g sur $\mathbb{R}$. (1 point)
- Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. (0,5 point)
- Démontrer que l'équation $g(x) = 3$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$, et que $1 < \alpha < 2$. (1,5 point)
- Par balayage à la calculatrice, donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} , puis d'amplitude 10^{-2} . (1 point)
- En déduire le signe de $g(x) - 3$ selon les valeurs du réel x . (1 point)

Exercice 4 : Méthode de dichotomie en Python (4 points)

On considère la fonction h définie sur $[0 ; 1]$ par $h(x) = e^x + x - 2$.

- Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution β dans $[0 ; 1]$. (1,5 point)
- La fonction Python ci-dessous doit renvoyer un encadrement de β d'amplitude inférieure ou égale à p par la méthode de dichotomie. Recopier et compléter les trois lignes pointillées. (1,5 point)

```
from math import exp

def h(x):
    return exp(x) + x - 2

def dichotomie(p):
    a = 0
    b = 1
    while ..... :
        m = (a + b) / 2
        if ..... :
            a = m
        else:
            .....
    return a, b
```

- c. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en exécutant à la main les trois premiers passages dans la boucle (valeurs de $h(m)$ arrondies au millième). Quel encadrement de β obtient-on alors ? (1 point)

Passage	a	b	m	$h(m)$	nouvel intervalle
1	0	1			
2					
3					

Exercice 5 : La vitesse d'un parachutiste (4 points)

Lors d'un saut, avant l'ouverture du parachute, la vitesse de Nadia, en mètres par seconde, est modélisée t secondes après le départ par la fonction v définie sur $[0 ; +\infty[$ par $v(t) = 50(1 - e^{-0,2t})$.

- Calculer $v'(t)$ et en déduire les variations de v sur $[0 ; +\infty[$. (1 point)
- Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$ et interpréter ce résultat. (0,5 point)
- Démontrer qu'il existe un unique instant t_0 auquel la vitesse de Nadia atteint 40 m/s. (1,5 point)
- Donner un encadrement de t_0 d'amplitude 10^{-2} . (0,5 point)
- Nadia peut-elle atteindre la vitesse de 50 m/s ? Justifier. (0,5 point)



Réviser avant le contrôle : continuité et valeurs intermédiaires

Avant de faire ce contrôle, relis le cours « [Fonction continue](#) » en Terminale puis entraîne-toi avec les **exercices corrigés** [continuité et théorème des valeurs intermédiaires](#).

Retrouve tous les [contrôles de maths en Terminale classés par chapitre](#), ou choisis un autre niveau sur la page [contrôles de maths du CP à la Terminale](#).

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- [Contrôle de maths Terminale : suites récurrentes et continuité](#)