Contrôle de maths Terminale : combinaisons et triangle de Pascal

Fiche du contrôle

- **Niveau :** Terminale
- **Chapitre :** Combinatoire et dénombrement
- **Durée conseillée :** 1 heure 30
- **Barème :** sur 20 points (exercice 1 : 4 points ; exercice 2 : 4 points ; exercice 3 : 4 points ; exercice 4 : 4 points ; exercice 5 : 4 points)
- **Compétences évaluées :**
  - Calculer : déterminer un nombre de combinaisons à l'aide des factorielles
  - Représenter : construire le triangle de Pascal et y lire des coefficients
  - Raisonner : démontrer la relation de Pascal par un argument de dénombrement
  - Modéliser : choisir entre liste, arrangement et combinaison selon la situation

Exercice 1 : Calculer des combinaisons (4 points)

Calculatrice autorisée.

Dans tout le sujet, pour des entiers naturels n et k avec $k \leq n$, on note $C(n, k)$ le nombre de combinaisons de k éléments parmi n (noté en classe « k parmi n » entre parenthèses). On rappelle que $C(n, k) = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$.

a. Calculer $C(6, 2)$ et $C(7, 3)$ à l'aide des factorielles, en détaillant les simplifications. *(1,5 point)*

b. Donner, sans calcul, $C(10, 0)$, $C(10, 1)$ et $C(10, 10)$. *(0,5 point)*

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

c. En utilisant la symétrie des combinaisons, calculer $C(20, 18)$. *(1 point)*

d. Démontrer que, pour tout entier $n \geq 2$, $C(n, 2) = \frac{n(n-1)}{2}$. Combien de poignées de main sont échangées quand 30 personnes se saluent toutes deux à deux une seule fois ? *(1 point)*

Exercice 2 : Le triangle de Pascal (4 points)

Le tableau ci-dessous donne, à la ligne n et dans la colonne k, la valeur de $C(n, k)$.

n / k	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1							
1	1	1						
2	1	2	1					
3	1	3	3	1				
4	1	4	6	4	1			
5	1	5	.....	.....	5	1		
6	1	.....	.....	.....	.....	.....	1	
7	1	7	.....	.....	.....	.....	7	1

a. Recopier et compléter les lignes 5, 6 et 7 du tableau. *(1,5 point)*

b. Énoncer la relation de Pascal utilisée pour compléter le tableau et l'illustrer sur un exemple de la ligne 6. *(0,5 point)*

c. Lire $C(7, 3)$ dans le tableau, puis calculer la somme des nombres de la ligne 7. *(1 point)*

d. Expliquer par un argument de dénombrement pourquoi la somme des nombres de la ligne n est égale à 2^n. *(1 point)*

Exercice 3 : Démontrer la relation de Pascal (4 points)

Soit n un entier naturel non nul et k un entier tel que $1 \leq k \leq n$. On considère un ensemble E à $n+1$ éléments et on fixe un élément a de E. On veut dénombrer de deux façons les parties de E à k éléments.

a. Combien de parties de E à k éléments contiennent l'élément a ? Justifier. *(1 point)*

b. Combien de parties de E à k éléments ne contiennent pas l'élément a ? Justifier. *(1 point)*

c. En déduire que $C(n+1,k) = C(n,k-1) + C(n,k)$. *(1 point)*

d. Sachant que $C(9,4) = 126$ et que $C(9,5) = C(9,4)$, en déduire la valeur de $C(10,5)$. *(1 point)*

Exercice 4 : Mains de cinq cartes (4 points)

Un jeu de 32 cartes contient 4 as. Julien tire simultanément 5 cartes : on appelle « main » l'ensemble des 5 cartes obtenues (l'ordre ne compte pas).

a. Combien de mains différentes Julien peut-il obtenir ? *(1 point)*

b. Combien de mains contiennent exactement 2 as ? *(1 point)*

c. Combien de mains ne contiennent aucun as ? *(1 point)*

d. En déduire le nombre de mains contenant au moins un as, puis la probabilité d'obtenir au moins un as, arrondie au centième. *(1 point)*

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

Exercice 5 : Le bon modèle de dénombrement (4 points)

Une association sportive compte 12 membres : 7 filles et 5 garçons. Pour chaque question, préciser s'il s'agit d'une liste avec répétition, d'un arrangement ou d'une combinaison, puis répondre.

a. On forme un comité de 4 membres, sans fonction particulière. Combien de comités sont possibles ? *(1 point)*

b. Combien de ces comités comprennent exactement 2 filles et 2 garçons ? *(1 point)*

c. On élit un président, un trésorier et un secrétaire, trois membres différents. Combien de bureaux sont possibles ? *(1 point)*

d. Chacun des 12 membres choisit une activité parmi 3 : course, natation ou vélo. Combien de répartitions des choix sont possibles ? *(1 point)*

Réviser avant le contrôle : combinaisons et triangle de Pascal

Avant de faire ce contrôle, relis le cours « La logique combinatoire » en Terminale.

Retrouve tous les **contrôles de maths en Terminale** classés par chapitre, ou choisis un autre niveau sur la page contrôles de maths du CP à la Terminale.

Autres contrôles de maths en Terminale sur ce thème

- Contrôle de maths Terminale : listes, permutations et arrangements
- Contrôle de maths Terminale : dénombrement et loi binomiale

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.