Calcul littéral et les identités remarquables

I. Développer et réduire une expression.

0. Préambule: règle des signes.

Afin de pouvoir être à l'aise avec le calcul littéral (ou algébrique), il faut impérativement maîtriser la règle des signes.

Multiplié par	+	-
+	+	-
-	-	+

Définition :

Développer une expression c'est l'écrire sous la forme d'une somme de termes la plus simple possible.

(on développe les produits, on supprime les parenthèses et on regroupe les termes de même nature)

1. Distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction : (rappels de 5ème et 4ème)

Propriété :

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

Soient a, b, c, d et k des nombres (réels IR) quelconques.

(simple distributivité)

(simple distributivité)

(double distributivité).

EXEMPLES :

Lorsque le développement est précédé d'un signe moins,

on ouvre une parenthèse et on effectue le développement à l'intérieur.

2. Les identités remarquables.

Propriétés :

Soient a et b sont deux nombres (réels IR) quelconques.

A. Carré d'une somme

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

B. Carré d'une différence

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

C. Produit d'une somme de deux nombres par leur différence

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

PREUVES :

Utilisons la propriété de double distributivité rappelée au début de la leçon.

A.

(or car **la multiplication est commutative** en effet)

donc

B.

(ne pas oublier la règle des signes.)

donc

C.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

EXEMPLES :

Lorsque le développement est précédé d'un signe moins, on ouvre une parenthèse et on effectue le développement à l'intérieur.

On supprime ensuite les parenthèses.

II. Factoriser une somme de termes

Définition :

Factoriser une somme de termes, c'est la transformer en un produit de facteurs.

MÉTHODE 1 :

On recherche un facteur commun aux différents termes de la somme.

(4 est un facteur commun à 4x et à 12)

On fait apparaître le facteur commun et on l'entoure en rouge dans chaque terme.

On applique la règle de la distributivité (dans le sens de la factorisation)

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

MÉTHODE 2 :

on reconnaît une identité remarquable.

Cette expression ressemble à $a^2 + 2ab + b^2$ qui vaut $(a + b)^2$.

a vaudrait et b vaudrait 5.

vérifions si est le double produit 2ab.

est bien le double produit donc :

Cette expression ressemble à $a^2 - 2ab + b^2$ qui vaut $(a - b)^2$

a vaut et b vaudrait 4 donc :

Cette expression ressemble à $a^2 - b^2$ qui vaut $(a + b) (a - b)$

a vaut et b vaut 4 donc :

III. Résolution d'une équation produit du type (ax + b) (cx +d) = 0 (avec a et c non nuls).

1. Produit nul:

Théorème :

Si A = 0 ou B = 0 alors A x B = 0 .

Si A x B = 0 alors A = 0 ou B = 0 (c'est la réciproque) .

Autrement dit :
Dire qu'un produit de facteurs est nul revient à dire que l'un **au moins** de ses facteurs est nul.

2. Exemple :

Résoudre l'équation (4x + 8) (9x - 63) = 0

Résoudre cette équation, c'est trouver toutes les valeurs de x qui vérifient l'égalité donnée.

Ici on veut qu'un produit de deux facteurs soit égal à zéro.

Dire qu'un produit de facteurs est nul revient à dire que l'un au moins de ses facteurs est nul .

On a donc

ou

ou

ou

CONCLUSION :

Les solutions de cette équation sont - 2 et 7.

Ainsi

S ={ - 2 ; 7 }

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.