Calcul littéral et la double distributivité

I. Développer et réduire une expression.

0. Préambule: règle des signes.

Afin de pouvoir être à l'aise avec le calcul littéral (ou algébrique), il faut impérativement maîtriser **la règle des signes**.

Multiplié par	+	-
+	+	-
-	-	+

Définition :

Développer une expression c'est l'écrire sous la forme d'une somme de termes la plus simple possible.

- on développe les produits,
- on supprime les parenthèses,
- on regroupe les termes de même nature .

1. La simple distributivité

Propriété :

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

Soient a, b, k des nombres quelconques.
$k \times (a + b) = k \times a + \times b$ **(simple distributivité)**
$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ **(simple distributivité)**

EXEMPLES :

$$\begin{aligned} & 12 \times 108 \\ = & 12 \times (100 + 8) \\ = & 12 \times 100 + 12 \times 8 \\ = & 1200 + 96 \\ = & 1296 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 14 \times 999 \\ = & 14 \times (1000 - 1) \\ = & 14 \times 1000 - 14 \times 1 \\ = & 14000 - 14 \\ = & 13\,986 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & A = 5(x + 3) \\ A = & 5 \times x + 5 \times 3 \\ A = & 5x + 15 \end{aligned}$$

B = 7 (2X – 3Y)

B = 7x2X- 7x3Y

B = 14X – 21Y

2. Suppression des parenthèses :

a. Parenthèses précédées du signe "+" :

Règle n° 1 :

on supprime des parenthèses précédées du signe + , sans changer l'expression des termes inclus dans la parenthèse.

EXEMPLES :

$A = 3 + (-4,1 + 3) = 3 - 4,1 + 3 = 6 - 4,1 = 1,9$

$B = 2 + (2 - 10,7) = 2 + 2 - 10,7 = -6,7.$

$C = x + (-2,1 - 3,7) = x - 2,1 - 3,7 = x - 5,8.$

b. Parenthèses précédées du signe "-" :

Règle n° 2 :

on supprime les parenthèses précédées du signe - ,

à condition de changer les signes des termes inclus dans la parenthèse.

EXEMPLES :

$a - (b + c) = a - b - c$

$a - (-b + c) = a + b - c$

$a - (b - c) = a - b + c$

$3 - (4,1 + 3) = 3 - 4,1 - 3 = -4,1$

$2(2 + 10,7) = 2 - 2 - 10,7 = -10,7$

$x - (-2,1 + 3,7) = x + 2,1 - 3,7 = x - 1,6$

$A = 4x + 28 - (6x^2 - 2x + 12x - 4)$

$A = 4x + 28 - 6x^2 + 2x - 12x + 4$

On regroupe les termes de même nature :

$A = -6x^2 - 6x + 32$

$B = 3x^2 + x - (x^2 + 3x - 1)$

$B = 3x^2 + x - x^2 - 3x + 1$

$B = 3x^2 - x^2 + x - 3x + 1$

$B = 2x^2 - 2x + 1$

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

II. Double distributivité et calcul littéral :

Propriété :

Soient a, b, c, d quatre nombres.

Nous avons $(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$ (**double distributivité**)

EXEMPLES :

• Développer et réduire $A = (x+5)(x+1)$

$$A = (x+5)(x+1)$$
$$A = x \times x + x \times 1 + 5 \times x + 5 \times 1$$
$$A = x^2 + x + 5x + 5$$
$$A = x^2 + 6x + 5$$

• Développer et réduire :

$$B = (x+3)(x-2)$$

On développe en appliquant la règle des signes .

$$B = x \times x - x \times 2 + 3 \times x - 3 \times 2$$
$$B = x^2 - 2x + 3x - 6$$
$$B = x^2 + x - 6$$

• Développer et réduire :

$$B = (2x-4)(5x+3)$$

On développe en appliquant la règle des signes.

$$B = 2x \times 5x + 2x \times 3 - 4 \times 5x - 4 \times 3$$
$$B = 10x^2 + 6x - 20x - 12$$
$$B = 10x^2 - 14x - 12$$

III. Factoriser une somme de termes

Définition :

Factoriser une somme de termes, c'est la transformer en un produit de facteurs.

MÉTHODE :

On recherche un facteur commun aux différents termes de la somme.

$A = 4x + 12$ (4 est un facteur commun à $4x$ et à 12)

On fait apparaître le facteur commun.

$A = 4 \times x + 4 \times 3$

On applique la règle de la distributivité (dans le sens de la factorisation)

$A = 4 \times (x + 3)$

$$B = 5a^2 - 25a$$
$$B = 5a \times a - 5a \times 5$$
$$B = 5a\,(a - 5)$$

$$C = (2x + 1)(7x - 3) + (2x + 1)(x + 2)$$
$$C = (2x + 1)[(7x - 3) + (x + 2)]$$
$$C = (2x + 1)(7x - 3 + x + 2)$$
$$C = (2x + 1)(8x - 1)$$

$$D = (5x - 1)(3x - 7) - (5x - 1)(5x - 3)$$
$$D = (5x - 1)\,[(3x - 7) - (5x - 3)]$$
$$D = (5x - 1)\,(3x - 7 - 5x + 3)$$
$$D = (5x - 1)\,(-2x - 4)$$

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.