

Calcul littéral

Exercice 1:

Développer en utilisant les identités remarquables :

$$a = (3x+5)^2$$

$$a = 9x^2 + 30x + 25.$$

$$b = (5+x)^2$$

$$b = 25 + 10x + x^2.$$

$$c = (8x+2)^2$$

$$c = 64x^2 + 32x + 4.$$

$$d = (x+1)^2$$

$$d = x^2 + 2x + 1.$$

$$e = (2-3x)^2$$

$$e = 4 - 12x + 9x^2.$$

$$f = (3x+1)(3x-1)$$

$$f = 9x^2 - 1$$

Exercice 2 :

On donne $A = (3x-5)(6-4x)-5(8-6x)$

1) Développer et réduire A .

$$A = 18x - 12x^2 - 30 + 20x - 40 + 6x$$

$$A = -12x^2 + 44x - 70$$

2) Calculer la valeur exacte de A si $x = -5\sqrt{6}$; donner ensuite la valeur arrondie au centième .

$$A = -12 \times (-5\sqrt{6})^2 + 44 \times (-5\sqrt{6}) - 70$$

$$A = -12 \times 25 \times 6 - 220\sqrt{6} - 70$$

$$A = -1800 - 220\sqrt{6} - 70$$

Exercice 3 :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 5(x+2) = 5x+10$$

$$B = 7(x-3)+2x-1 = 7x-21+2x-1 = 9x-23$$

$$C = -4(2x-1)+(x+3) = -8x+4+x+3 = -7x+7$$

$$D = (x-5)(2x+1) = 2x^2+x-10x-5 = 2x^2-9x-5$$

$$E = (2x-1)(-3x+7)+4x^2-1$$

$$= -6x^2+14x+3x-7+4x^2-1$$

$$= -2x^2+17x-8$$

$$F = 8x+3-4(x-2)(x+2)+3x^2$$

$$= 8x+3-4(x^2-4)+3x^2$$

$$= 8x+3-4x^2+16+3x^2$$

$$= -x^2+8x+19$$

Exercice 4 :

Développer, puis réduire, si possible, chaque expression :

$$A = 2x(x+3) = 2x^2+6x$$

$$B = -7y^2(-5-2y^2) = 35y^2+14y^4$$

$$C = (x+5)(x+1) = x^2+x+5x+5 = x^2+6x+5$$

$$D = (2x-5)(x+4) = 2x^2+8x-5x-20 = 2x^2+3x-20$$

$$E = 3x^2+2x+3-(4x^2+5x+9)$$

$$= 3x^2+2x+3-4x^2-5x-9$$

$$= -x^2-3x-6$$

$$F = (x+4)(x-6)+(-1+x)(x-7)$$

$$= x^2-6x+4x-24-x+7+x^2-7x$$

$$= 2x^2-10x-17$$

$$G = -3(a^2+2)-(a-3)(2a+7)$$

$$= -3a^2-6-(2a^2+7a-6a-21)$$

$$= -3a^2-6-2a^2-7a+6a+21$$

$$= -5a^2-a+15$$

$$H = 4-(2x+1)^2$$

$$= 4-(4x^2+4x+1)$$

$$= 4-4x^2-4x-1$$

$$= -4x^2-4x+3$$

Exercice 5 :

Calculer sans calculatrice et sans poser d'opérations :

$$1. 101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10\,000 + 200 + 1 = \mathbf{10\,201}$$

$$2. 103^2 = (100+3)^2 = 100^2 + 2 \times 3 \times 100 + 3^2 = 10\,000 + 600 + 9 = \mathbf{10\,609}$$

$$3. 98^2 = (100-2)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2 = 10\,000 - 400 + 4 = \mathbf{9\,604}$$

$$4. 101 \times 99 = (100+1)(100-1) = 100^2 - 1^2 = \mathbf{9\,999}$$

Exercice 6 :

Développer les expressions littérales suivantes :

$$A = (x+5)(x+2) = x^2 + 7x + 10$$

$$B = (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3$$

$$C = (2x+3)(x+4) = 2x^2 + 11x + 12$$

$$D = (2x+1)(3x+4) = 6x^2 + 11x + 4$$

$$E = (3x+5)(3x-5) = 9x^2 - 25$$

$$F = (5-2x)(3+4x) = -8x^2 + 14x + 15$$

Exercice 7 :

Développer ces expressions littérales et détailler toutes les étapes:

$$a) (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$b) (x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$c) (2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$d) (7x-1)(7x+1) = 49x^2 - 1$$

$$e) (4x-1)(3x+7) = 12x^2 + 28x - 3x - 7 = 12x^2 + 25x - 7$$

$$f) (-x+1)(3x-2) = -3x^2 + 2x + 3x - 2 = -3x^2 + 5x - 2$$

$$g) (1/2 + x)^2 = \frac{1}{4} + x + x^2$$

$$h) (x-4)^2 + (x+2)(x+3) = x^2 - 8x + 16 + x^2 + 3x + 2x + 6 = 2x^2 - 3x + 22$$

$$i) (5x-3)(2x+1) - (x+1)^2 = ?$$

Exercice 8 :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 12x^2 + (4x+5)^2$$

$$A = 12x^2 + (16x^2 + 40x + 25)$$

$$A = 28x^2 + 40x + 25$$

$$B = 7x - (6x+2)^2$$

$$B = 7x - (36x^2 + 24x + 4)$$

$$B = 7x - 36x^2 - 24x - 4$$

$$B = -36x^2 - 17x - 4$$

$$C = -16x^2 - (4x+1)(4x-1)$$

$$C = -16x^2 - (16x^2 - 1)$$

$$C = -16x^2 - 16x^2 + 1$$

$$C = -32x^2 + 1$$

$$D = (6x-4)^2 + (2x-6)^2$$

$$D = (36x^2 - 48x + 16) + (4x^2 - 24x + 36)$$

$$D = 40x^2 - 72x + 52$$

Exercice 9:

Développer à l'aide des identités remarquables

et réduire les expressions :

$$A = (y+3)^2 = y^2 + 2 \times y \times 3 + 3^2 = y^2 + 6y + 9$$

$$B = (1+t)^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times t + t^2 = 1 + 2t + t^2$$

$$C = (7-y)^2 = 7^2 - 2 \times 7 \times y + y^2 = 49 - 14y + y^2$$

$$D = (3x-10)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 10 + 10^2 = 9x^2 - 60x + 100$$

$$E = (7-2y)(7+2y) = 7^2 - (2y)^2 = 49 - 4y^2$$

$$F = (7a+4)^2 = (7a)^2 + 2 \times 7a \times 4 + 4^2 = 49a^2 + 56a + 16$$

Exercice 10:

Factoriser les expressions littérales suivantes :

$$m = (3x-5)(2x+1) - (3x-5)(x+4)$$

$$m = (3x-5)[(2x+1) - (x+4)]$$

$$m = (3x-5)(2x+1-x-4)$$

$$m = (3x-5)(x-3)$$

$$n = (5x-2)(2x+3) + (2x+3)(7x+2)$$

$$n = (2x+3)[(5x-2) + (7x+2)]$$

$$n = (2x+3)(5x-2+7x+2)$$

$$n = (2x+3)(12x)$$

$$n = 12x(2x+3)$$

$$p = (3x-2)^2 - (3x-2)(5-2x)$$

$$p = (3x-2)(3x-2 - (5-2x))$$

$$p = (3x-2)(3x-2-5+2x)$$

$$p = (3x-2)(5x-7)$$

$$s = (2x-3)^2 - (5x+4)^2$$

$$s = (2x-3-5x-4)(2x-3+5x+4)$$

$$s = (-3x-7)(7x+1)$$

Exercice 11 :

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = (3x+2)(5x-2) + (3x+2)(x-8)$$

$$A = (3x+2)[(5x-2) + (x-8)]$$

$$A = (3x+2)(5x+x-2-8)$$

$$A = (3x+2)(6x-10)$$

$$B = 49x^2 + 56x + 16$$

$$B = (7x)^2 + 2 \times 7x \times 4 + 4^2$$

$$B = (7x+4)^2$$

$$C = 4x^2 - 8x + 4 - (2x-2)(-3x+9)$$

$$C = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 2 + 2^2 - (2x-2)(-3x+9)$$

$$C = (2x-2)^2 - (2x-2)(-3x+9)$$

$$C = (2x-2)[(2x-2) - (-3x+9)]$$

$$C = (2x-2)(2x-2+3x-9)$$

$$C = (2x-2)(5x-11)$$

Exercice 12 :

On considère l'expression :

$$D = (x-2)^2 - 2(x-2)$$

1. Factoriser D.

$$D = (x-2)[(x-2)-2]$$

$$D = (x-2)(x-4)$$

2. Développer et réduire D.

$$D = (x-2)(x-4)$$

$$D = x^2 - 4x - 2x + 8$$

$$D = x^2 - 6x + 8$$

3. Calculer D pour $x = -1$.

$$D = (-1)^2 - 6 \times (-1) + 8$$

$$D = 1 + 6 + 8$$

$$D = 15$$

Exercice 13 :

On considère l'expression :

$$E = (3x+2)^2 - (5-2x)(3x+2)$$

1. Développer et réduire l'expression E.

$$E = (3x+2)^2 - (5-2x)(3x+2)$$

$$E = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 - (5 \times 3x + 5 \times 2 - 2x \times 3x - 2x \times 2)$$

$$E = 9x^2 + 12x + 4 - (15x + 10 - 6x^2 - 4x)$$

$$E = 9x^2 + 12x + 4 - 15x - 10 + 6x^2 + 4x$$

$$E = 15x^2 + x - 6$$

2. Factoriser E.

$$E = (3x+2)^2 - (5-2x)(3x+2)$$

$$E = (3x+2)[(3x+2) - (5-2x)]$$

$$E = (3x+2)(3x+2-5+2x)$$

$$E = (3x+2)(5x-3)$$

3. Calculer E pour $x = -2$.

$$E = (3 \times (-2) + 2)(5 \times (-2) - 3)$$

$$E = (-6 + 2)(-10 - 3)$$

$$E = (-4) \times (-13)$$

$$E = 52$$

Exercice 14 :

Soit l'expression suivante :

$$B = (4a-3)(4a+3) - (3a-5)^2$$

1. Développer et réduire l'expression B.

$$B = 4a \times 4a + 3 \times 4a - 3 \times 4a - 3 \times 3 - [(3a)^2 - 2 \times 3a \times 5 + 5^2]$$

$$B = 16a^2 + 12a - 12a - 9 - (9a^2 - 30a + 25)$$



$$B = 7a^2 + 30a - 34$$

2. Calculer l'expression B pour :

a. $a=1$;

$$B = 7 \times 1^2 + 30 \times 1 - 34$$

$$B = 7 + 30 - 34$$

$$B = 3$$

b. $a=0,75$;

$$B = 7 \times 0,75^2 + 30 \times 0,75 - 34$$

$$B = 3,9375 + 22,5 - 34$$

$$B = -7,5625$$

c. $a=0$.

$$B = 7 \times 0^2 + 30 \times 0 - 34$$

$$B = -34$$

Exercice 15 :

Factoriser les expressions littérales suivantes :

$$K = (x+1)^2 + (x+1)(3x+1)$$

$$K = (x+1)(x+1+3x+1)$$

$$K = (x+1)(4x+2)$$

.

$$L = (x-3)^2 - (x-3)(4x+1)$$

$$L = (x-3)(x-3-4x-1)$$

$$L = (x-3)(-3x-4)$$

.

$$M = (x+1)(2x-5) + (2x-5)^2$$

$$M = (2x-5)(x+1+2x-5)$$

$$M = (2x-5)(3x-4)$$

Exercice 16 :

Factoriser les expressions littérales suivantes :

$$E = (x-3)(2x+1) + 7(2x+1)$$

$$E = (2x+1)(x-3+7)$$

$$E = (2x+1)(x+4)$$

.

$$F = (x+1)(x+2) - 5(x+2)$$

$$F = (x+2)(x+1-5)$$

$$F = (x+2)(x-4)$$

.

$$G = (3-x)(4x+1) - 8(4x+1)$$

$$G = (4x+1)(3-x-8)$$

$$G = (4x+1)(-5-x)$$

Exercice 17:

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 13(x+2) + 5(x+2)$$

$$A = (x+2)(13+5)$$

$$A = 18(x+2)$$

$$B = 3x(x+2) - 5(x+2)$$

$$B = (x+2)(3x-5)$$

$$C = 4(x+3) + 9x(x+3)$$

$$C = (x+3)(9x+4)$$

$$D = 7x(3x+1) - 10x(3x+1)$$

$$D = (3x+1)(7x-10x)$$

$$D = -3x(3x+1)$$

Exercice 18 :

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = (2x+4)(x+1) + (x+2)(9x+7)$$

$$A = 2(x+2)(x+1) - (x+2)(9x+7)$$

$$= (x+2)[2(x+1) - (9x+7)]$$

$$= (x+2)(2x+2-9x-7)$$

$$= (x+2)(-7x-5)$$

$$B = 5(1-x) + 2x(x-1)$$

$$B = -5(x-1) + 2x(x-1)$$

$$= (x-1)(-5+2x)$$

$$C = (x+4)^2 - (5+2x)^2$$

$$C = (x+4+5+2x)(x+4-5-2x)$$

$$C = (3x+9)(-x-1)$$

$$C = -(3x+9)(x+1)$$

$$D = 3x^2 + 12x + 12$$

$$D = 3(x^2 + 4x + 4) = 3(x+2)^2$$

$$E = \frac{x^2}{4} - \frac{25}{9}$$

$$E = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$E = \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{3}\right)\left(\frac{x}{2} - \frac{5}{3}\right)$$

Exercice 19 :

Développer les expressions suivantes :

$$I = 25x^2 - 9 + (5x - 3)(7x + 8)$$

$$J = 9 - 48x + 64x^2 - (6 + 2x)(3 - 8x)$$

$$K = 100x^2 - 25 - (20x + 10)(2x - 4)$$

$$L = (2x - 3)(4x + 2) + (4x + 2)(7x - 8)$$

puis factoriser-les.

$$I = 25x^2 - 9 + (5x - 3)(7x + 8)$$

$$I = 25x^2 - 9 + (35x^2 + 40x - 21x - 24)$$

$$I = 25x^2 - 9 + (35x^2 + 19x - 24)$$

$$I = 25x^2 - 9 + 35x^2 + 19x - 24$$

$$I = 60x^2 + 19x - 33$$

$$J = 9 - 48x + 64x^2 - (6 + 2x)(3 - 8x)$$

$$J = 9 - 48x + 64x^2 - (18 - 48x + 6x - 16x^2)$$

$$J = 9 - 48x + 64x^2 - 18 + 48x - 6x + 16x^2$$

$$J = 80x^2 - 6x - 9$$

$$K = 100x^2 - 25 - (20x + 10)(2x - 4)$$

$$K = 100x^2 - 25 - (40x^2 - 80x + 20x - 40)$$

$$K = 100x^2 - 25 - 40x^2 + 80x - 20x + 40$$

$$K = 60x^2 + 60x + 15$$

$$L = (2x - 3)(4x + 2) + (4x + 2)(7x - 8)$$

$$L = (8x^2 + 4x - 12x - 6) + (28x^2 - 32x + 14x - 16)$$

$$L = 8x^2 + 4x - 12x - 6 + 28x^2 - 32x + 14x - 16$$

$$L = 36x^2 - 26x - 22$$

Exercice 20 :

1. Factoriser :

a. $9 - 12x + 4x^2 = (3 - 2x)^2$.

b. $(3 - 2x)^2 - 4 = (3 - 2x - 2)(3 - 2x + 2) = (1 - 2x)(5 - 2x)$.

2. En déduire une factorisation de : $E = (9 - 12x + 4x^2) - 4 = (3 - 2x)^2 - 4 = (1 - 2x)(5 - 2x)$.

Exercice 21 :

On considère les expressions $E = x^2 - 5x + 5$ et $F = (2x - 7)(x - 2) - (x - 3)^2$.

a) Calculer E et F pour $x = 4$.

$$\begin{aligned} E &= 4^2 - 5 \times 4 + 5 \\ E &= 16 - 20 + 5 \\ E &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= (2 \times 4 - 7)(4 - 2) - (4 - 3)^2 \\ F &= 1 \times 2 - 1 \\ F &= 1 \end{aligned}$$

b) Développer F. Les résultats obtenus à la question a) sont-ils surprenants ?

$$\begin{aligned}
 F &= (2x-7)(x-2) - (x-3)^2 \\
 F &= 2x^2 - 4x - 7x + 14 - (x^2 - 6x + 9) \\
 F &= 2x^2 - 11x + 14 - x^2 + 6x - 9 \\
 F &= x^2 - 5x + 5
 \end{aligned}$$

Les résultats précédents ne sont pas étonnant puisque $E=F$ pour tout nombre relatif x .

c) Avec un tableur :

On veut calculer en colonne B les valeurs prises par l'expression E pour les valeurs de x inscrites en colonne A.

Quelle formule faut-il rentrer dans la cellule B2 pour faire effectuer le calcul souhaité ?
(la formule devra pouvoir être étendue aux cellules situées en dessous)

$$= A1 \times A1 - 5 \times A1 + 5$$

	A	B
1	x	$E = x^2 - 5x + 5$
2	1	
3	2	
4	3	
5	4	
6	5	
7	6	
8	7	
9	8	
10	9	

Exercice 22 :

On considère l'expression $D = (2x-7)^2 - 36x^2$.

1) Développer et réduire D.

$$D = 4x^2 - 28x + 49 - 36x^2 = -32x^2 - 28x + 49$$

2) Factoriser D.

$$D = (2x-7)^2 - (6x)^2 = (2x-7-6x)(2x-7+6x) = (-4x-7)(8x-7)$$

3) Résoudre l'équation $(8x-7)(-7-4x)=0$.

Propriété : un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs, au moins, est nul.

$$\begin{aligned}8x-7 &= 0 \text{ ou } -7-4x=0 \\8x &= 7 \text{ ou } -4x=7 \\x &= \frac{7}{8} \text{ ou } x = -\frac{7}{4}\end{aligned}$$

4) Calculer la valeur exacte de D quand $x = \sqrt{2}$.

Prenons la forme développée et réduite de la question 1.

$$\begin{aligned}D &= -32 \times (\sqrt{2})^2 - 28 \times \sqrt{2} + 49 \\D &= -32 \times 2 - 28\sqrt{2} + 49 \\D &= -64 + 49 - 28\sqrt{2} \\D &= -15 - 28\sqrt{2}\end{aligned}$$

Exercice 23 :

1. Factoriser ces expressions :

$$A = 36 - 25x^2 = (6+5x)(6-5x)$$

$$B = 100 + 60x + 9x^2 = (10+3x)^2$$

$$C = b^2 - 10b^2 + 25 = 25 - 9b^2 = (5-3b)(5+3b)$$

$$E = (2-x)^2 + (2-x)(9-x) = 4 - 4x + x^2 + 18 - 2x - 9x + x^2 = 2x^2 - 15x + 22$$

2. Développer les expressions littérales suivantes :

$$A = (2x-5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$$

$$B = (5x-3)(5x+3) = 25x^2 - 9$$

$$C = (-3x+5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

$$D = (-6x+9)^2 = 36x^2 - 108x + 81$$

Exercice 24 :

$$A = (2x - 3)(2x + 3) - (3x + 1)(2x - 3)$$

1. Développer puis réduire A.

$$A = (2x - 3)(2x + 3) - (3x + 1)(2x - 3)$$

$$A = 4x^2 + 6x - 6x - 9 - [6x^2 - 9x + 2x - 3]$$

$$A = 4x^2 - 9 - [6x^2 - 7x - 3]$$

$$A = 4x^2 - 9 - 6x^2 + 7x + 3$$

$$A = -2x^2 + 7x - 6$$

2. Factoriser A.

$$A = (2x - 3)(2x + 3) - (3x + 1)(2x - 3)$$

$$A = (2x - 3)[(2x + 3) - (3x + 1)]$$

$$A = (2x - 3)(2x + 3 - 3x - 1)$$

$$A = (2x - 3)(-x + 2)$$

3. Résoudre l'équation : $(2x - 3)(-x + 2) = 0$

$$(2x - 3)(-x + 2) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \text{ ou } -x + 2 = 0$$

$$, x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = 2$$

Exercice 25 :

On donne : $D = (2x - 3)(5x + 4) + (2x - 3)^2$.

1. Montrer, en détaillant les calculs, que D peut s'écrire :

$$D = (2x - 3)(5x + 4 + 2x - 3)$$

$$D = (2x - 3)(7x + 1)$$

2. Résoudre l'équation : $(2x - 3)(7x + 1) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si et seulement si

l'un des facteurs, au moins, est nul.

$$2x-3=0 \text{ ou } 7x+1=0$$

$$x=\frac{3}{2} \text{ ou } x=-\frac{1}{7}$$

Exercice 26 :

Soit $E=(3x+2)^2-(3x+2)(x+7)$.

a) Développer et réduire E .

$$E=9x^2+12x+4-(3x^2+21x+2x+14)=9x^2+12x+4-3x^2-23x-14= 6x^2-11x-10$$

b) Factoriser E .

$$E=(3x+2)(3x+2)-(3x+2)(x+7)=(3x+2)[3x+2-(x+7)]=(3x+2)(3x+2-x-7)= (3x+2)(2x-5)$$

c) Calculer E pour $x=\frac{1}{2}$.

$$E=(3x+2)(2x-5)$$

$$E=(3\times\frac{1}{2}+2)(2\times\frac{1}{2}-5)$$

$$E=(\frac{3}{2}+\frac{4}{2})(1-5)$$

$$E=\frac{7}{2}\times(-4)$$

$$E=$$

Exercice 27 :

Compléter en utilisant les identités remarquables .

$$A= (3x+5)^2=9x^2+30x+25$$

$$B= (2x-6)^2=4x^2-24x+36$$

$$C=(2x-4)^2 = 4x^2-16y+16$$

$$D= 49a^2+70a+25 = (7a+5)^2$$

$$E = 4x^2-1= (2x-1)(2x+1)$$

Exercice 28 :

$$A = (X + 5)^2$$

$$A = X^2 + 2 \times 5 \times X + 5^2$$

$$A = X^2 + 10X + 25$$

$$B = (3X - 7)^2$$

$$B = (3X)^2 - 2 \times 7 \times 3X + 7^2$$

$$B = 9X^2 - 42X + 49$$

$$C = (X + 4)(X - 4)$$

$$C = X^2 - 4^2$$

$$C = X^2 - 16$$

$$D = (9b + 7)^2$$

$$D = (9b)^2 + 2 \times 7 \times 9b + 7^2$$

$$D = 81b^2 + 126b + 49$$

$$E = (7X + 1)(7X - 1)$$

$$E = (7X)^2 - 1^2$$

$$E = 49X^2 - 1$$

Exercice 29 :

Factoriser à l'aide des identités remarquables.

$$A = X^2 + 6X + 9$$

$$A = X^2 + 2 \times 3 \times X + 3^2$$

$$A = (X + 3)^2$$

$$B = 9X^2 - 12X + 4$$

$$B = (3X)^2 - 2 \times 3X \times 2 + 2^2$$

$$B = (3X - 2)^2$$

$$C = y^2 - 9$$

$$C = y^2 - 3^2$$

$$C = (y - 3)(y + 3)$$

$$D = 16a^2 - 81$$

$$D = (4a)^2 - 9^2$$

$$D = (4a - 9)(4a + 9)$$

$$E = 49a^2 + 70a + 25$$

$$E = (7a)^2 + 2 \times 7a \times 5 + 5^2$$

$$E = (7a+5)^2$$

$$F = 144 - 121a^2$$

$$F = 12^2 - (11a)^2$$

$$F = (12-11a)(12+11a)$$

$$G = (2X + 5)^2 - 9$$

$$G = (2X + 5)^2 - 3^2$$

$$G = (2X+5+3)(2X+5-3)$$

$$G = (2X+8)(2X+2)$$

$$H = (2X + 1)^2 - (3X + 5)^2$$

$$H = (2X+1+3X+5)(2X+1-3X-5)$$

$$H = (5X+6)(-X-4)$$

Exercice 30 :

$$A = 102^2$$

$$A = (100+2)^2$$

$$A = 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$$

$$A = 10\,000 + 400 + 4$$

$$A = 10\,404$$

$$B = 99 \times 101$$

$$B = (100-1)(100+1)$$

$$B = 100^2 - 1^2$$

$$B = 10\,000 - 1$$

$$B = 9\,999$$

$$C = 99^2$$

$$C = (100-1)^2$$

$$C = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$$

$$C = 10\,000 - 200 + 1$$

$$C = 9\,801$$

Exercice 31 :

1. Exprimer l'aire A en fonction de x .

$$A = 9 \times 4 - 0,5 \times X \times 2X$$

$$A = 36 - X^2$$

$$A = 6^2 - X^2$$

$$A = (6-X)(6+X)$$

2. Exprimer l'aire B en fonction de x .

$$B = 8 \times 6 - 0,5 \times 2 \times x \times 8$$

$$B = 48 - 8X$$

$$B = 8(6 - X)$$

3. Pour quelle(s) valeur(s) de x ces deux aires sont-elles égales ?

$$A = B$$

équivalent à

$$(6 - X)(6 + X) = 8(6 - X)$$

$$(6 - X)(6 + X) - 8(6 - X) = 0$$

$$(6 - X)(6 + X - 8) = 0$$

$$(6 - X)(X - 2) = 0$$

C'est une équation produit.

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs, au moins, est nul.

$$6 - X = 0 \text{ ou } X - 2 = 0$$

$$X = 6 \text{ ou } X = 2$$

Conclusion :

Les aires des figures A et B sont égales pour $X = 2$ m ou $X = 6$ m.

Exercice 32 :

On donne $E = (2X + 3)^2 - 16$.

$$1. E = (2X)^2 + 2 \times 2X \times 3 + 3^2 - 16$$

$$E = 4X^2 + 12X + 9 - 16$$

$$E = 4X^2 + 12X - 7$$

2.

$$\text{Pour } X = 2 : E = 4 \times 2^2 + 12 \times 2 - 7 = 16 + 24 - 7 = 33.$$

$$\text{Pour } X = 1 : E = 4 \times 1^2 + 12 \times 1 - 7 = 4 + 12 - 7 = 9.$$

3.

$$E = (2X + 3 - 4)(2X + 3 + 4)$$

$$E = (2X - 1)(2X + 7)$$

$$4. E = 4X^2 + 14X - 2X + 7 = 4X^2 + 12X - 7$$

Nous retrouvons le résultat de la question 1. (et heureusement.....)

Exercice 33 :

1. Calculer A et B en donnant le résultat sous forme de fractions irréductibles .

$$A = .$$

2. On considère l'expression :

$$C = (2x-5)^2 - (2x-5)(3x-7).$$

a. Développer et réduire C .

$$C = (2x-5)^2 - (2x-5)(3x-7) = 4x^2 - 20x + 25 - [6x^2 - 14x - 15x + 35] = 4x^2 - 20x + 25 - 6x^2 + 14x + 15x - 35 \\ = -2x^2 + 9x - 10.$$

b. Factoriser l'expression C .

$$C = (2x-5)(2x-5-(3x-7)) = (2x-5)(2x-5-3x+7) \\ = (2x-5)(-x+2).$$

c. résoudre l'équation : $(2x-5)(2-x)=0$.

Les solutions sont $x = \frac{5}{2}$, $x = 2$.

Exercice 36 :

On donne un programme de calcul :

1. Choisir un nombre.
 2. Lui ajouter 4.
 3. Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
 4. Ajouter 4 à ce produit.
 5. Ecrire le résultat .
1. Ecrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre - 2 alors on obtient 0.
- 1) -2
 - 2) $-2+4=2$
 - 3) $2 \times (-2) = -4$
 - 4) $-4+4=0$
 - 5) **0**
2. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

1)5

2)5+4=9

3)9x5=45

4)45+4=49

5) **49**

3. On note x le nombre choisi

Quelle est l'expression littérale obtenue en effectuant ce programme.

1) x

2) $x+4$

3) $x(x+4)$

4) $x(x+4)+4$

Donner le résultat sous forme développé.

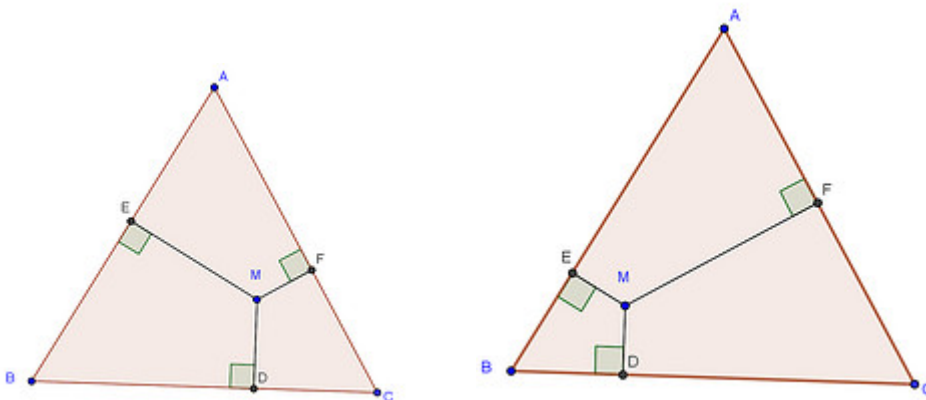
$$x(x+4)+4 = x^2+4x+4$$

Exercice 38 :

Le problème est le suivant. On a un triangle équilatéral ABC, un point M, d'humeur bucolique qui se promène dans le triangle.

On appelle D, E et F les pieds des perpendiculaires en M au trois côtés du triangle.

En utilisant geogebra, on s'aperçoit que **MD+ME+MF est constante.**

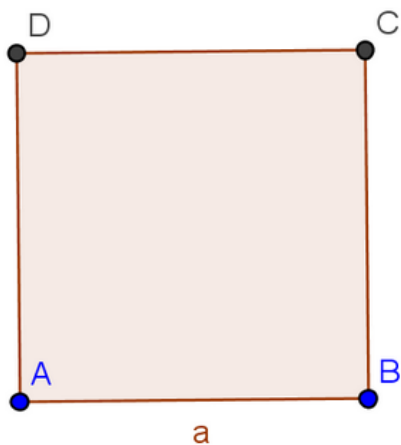


Question : Où doit-on placer M pour que la somme MD+ME+MF soit minimale ?

Exercice 39 :

Construire un carré ayant pour aire le double du carré ci-dessus.

Détaillez votre méthode.



Solutions :

Par le calcul :

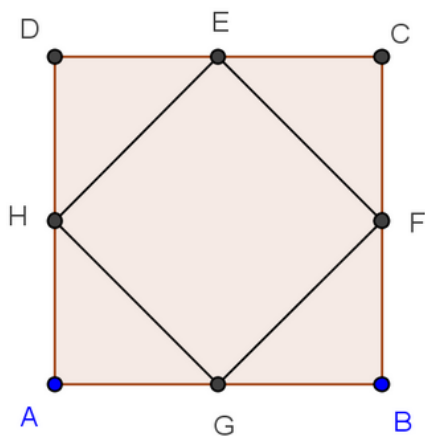
L'aire vaut a^2 donc l'aire du carré à construire doit avoir comme valeur $2a^2$.

Son côté a donc pour longueur $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2} \times \sqrt{a^2} = \sqrt{2}a$.

donc Il suffit de prendre comme côté la longueur de la diagonale du carré de départ.

Géométrie :

soit par découpage ou par construction :



Exercice 40 :

Jacques a fait construire une piscine rectangulaire .

Il a carrelé le bord de cette piscine .

Les longueurs sont exprimées en mètre .

1) Exprimer en fonction de x l'aire A_1 de la surface de la piscine .

La longueur de la piscine est $15-2x$.

La largeur de la piscine est $10-2x$

$$A_1 = (15-2x)(10-2x)$$

$$A_1 = 150 - 30x - 20x + 4x^2$$

$$A_1 = 150 - 50x + 4x^2$$

2) Exprimer en fonction de x l'aire A_2 de la surface carrelée .

$$A_2 = 15 \times 10 - A_1 = 15 \times 10 - (150 - 50x + 4x^2)$$

$$A_2 = 150 - 150 + 50x - 4x^2$$

$$A_2 = 50x - 4x^2$$

4) Calculer les aires A_1 et A_2 pour $x=2$ m .

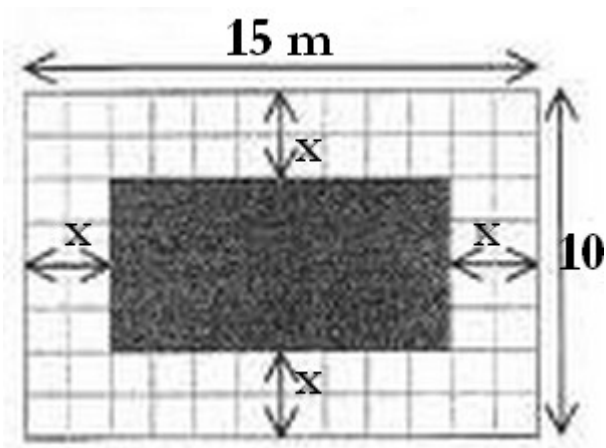


$$A_1 = 66 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 50 \times 2 - 4 \times 2^2$$

$$A_2 = 100 - 16$$

$$A_2 = 84 \text{ m}^2$$



Exercice 42 :

1) Résoudre l'inéquation : $2x - 3 \geq x + 1$ et représenter les solutions sur une droite graduée.

$$2x - x \geq 3 + 1$$

$$x \geq 4$$

L'ensemble solution correspond à tous les nombres relatifs supérieurs ou égaux à 4.

2) x désignant un nombre supérieur ou égal à 4,

ABCD est un carré dont le côté mesure $2x - 3$.

a. Montrer que l'aire du rectangle BCEF s'exprime par la formule :

$$A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$$

L'aire grisée correspond à l'aire du carré ABCD privée de l'aire du rectangle AFED.

$$A = (2x-3)^2 - [(2x-3) - (x+1)] \times (2x-3)$$

$$A = 4x^2 - 2 \times 2x \times 3 + 9 - [2x-3-x-1](2x-3)$$

$$A = 4x^2 - 18x + 9 - (x-4)(2x-3)$$

$$A = 4x^2 - 18x + 9 - (2x^2 - 3x - 8x + 12)$$

$$A = 4x^2 - 18x + 9 - 2x^2 + 3x + 8x - 12$$

$$A =$$

b. Développer et réduire A.

$$A =$$

c. Factoriser A.

$$A = (2x-3)(2x-3-(x+1))$$



$$A =$$

d. Résoudre l'équation : $(2x - 3)(x - 4) = 0$

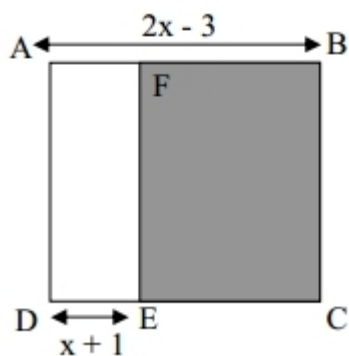
Propriété : un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs, au moins, est nul.

$$2x-3=0 \quad \text{ou} \quad x-4=0$$

$$x=\frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad x=4$$

e. Pour quelles valeurs de x, l'aire du rectangle BCEF est-elle nulle ? Justifier .

L'aire de BCFE est nulle pour $x=\frac{3}{2}$ ou $x=4$.



Exercice 43 :

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 1.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Soustraire le carré du nombre de départ.
- Soustraire 1.

1. a. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est 10 et montrer qu'on obtient 20.

$$\begin{aligned}
 &10 \\
 &10 + 1 = 11 \\
 &11^2 = 121 \\
 &121 - 100 = 21 \\
 &21 - 1 = 20
 \end{aligned}$$

b. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est -3 et montrer qu'on obtient -6 .

$$\begin{aligned}
 &-3 \\
 &-3 + 1 = -2 \\
 &(-2)^2 = 4 \\
 &4 - (-3)^2 = 4 - 9 = -5 \\
 &-5 - 1 = -6
 \end{aligned}$$

c. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est 1,5.



2. Quelle conjecture peut-on faire à propos du résultat fourni par ce programme de calcul ?

Le résultat est le double du nombre de départ

Démontrer cette conjecture.

Notons x le nombre de départ.

Le programme de calcul nous donne l'expression littérale suivante :

$$(x+1)^2 - x^2 - 1 = x^2 + 2x + 1 - x^2 - 1 = 2x$$

Exercice 44 :

Riyanne affirme :

"Pour tout nombre entier N l'expression de $n^2 - 4n + 144$ est toujours différente de zéro".

C'est vrai car  (le carré d'un nombre est toujours positif ou nul)

On peut même affirmer que pour tout nombre relatif, cette expression est supérieure ou égale à 140.



Exercice 45 :

Démontrer que l'aire de la couronne de centre O représentée ci-dessous est égale à

$$A = \pi(R-r)(R+r)$$

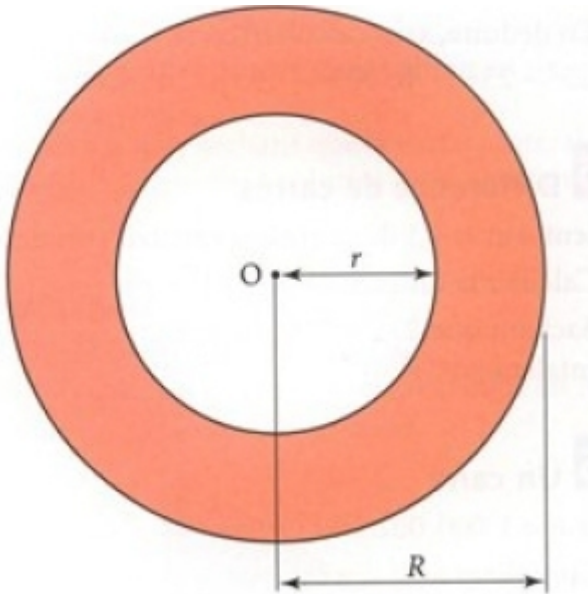
L'aire de la couronne correspond à l'aire du grand disque privée de l'aire du petit disque.

$$A = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$A = \pi(R^2 - r^2)$$

utilisons l'identité remarquable $X^2 - Y^2 = (X - Y)(X + Y)$

$$A = \pi(R-r)(R+r)$$



Exercice 46:

1. Calculer les aires colorées des deux figures ci-dessous en fonction de x .

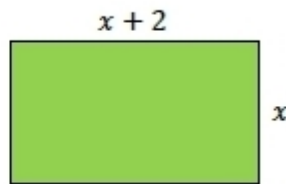
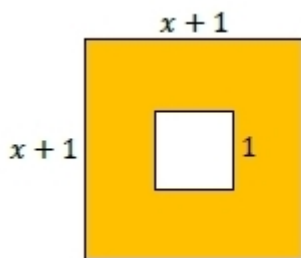


Figure orange :

$$\text{Aire} = (x+1)^2 - 1^2 = x^2 + 2x + 1 - 1 = x^2 + 2x$$

Figure verte :

$$\text{Aire} = x(x+2) = x^2 + 2x$$

2. Que remarque-t-on ?

Ces deux figures ont exactement la même aire.