

Comment montrer qu'un triangle est rectangle ?

LA RÉPONSE COURTE

On calcule **séparément** le carré du plus grand côté d'un côté, et la somme des carrés des deux autres de l'autre. Si les deux résultats sont **égaux**, le triangle est rectangle ; s'ils diffèrent, il ne l'est pas.

La méthode en 5 étapes

1. Repérer le plus grand côté

C'est le seul candidat possible au rôle d'hypoténuse. L'angle droit, s'il existe, sera au sommet opposé.

2. Calculer le premier membre

On calcule le carré du plus grand côté, par exemple BC^2 . On l'écrit sur une ligne à part.

3. Calculer le second membre

Sur une autre ligne, on calcule $AB^2 + AC^2$. Les deux calculs doivent rester **séparés** : on ne sait pas encore s'ils sont égaux.

4. Comparer

Égalité : on conclut par la réciproque du théorème de Pythagore. Inégalité : on conclut par la contraposée, le triangle n'est pas rectangle.

5. Rédiger la conclusion

La phrase attendue nomme le théorème et le sommet : « comme $BC^2 = AB^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A ».

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Un triangle ABC a pour côtés $AB = 4,5$ cm, $AC = 6$ cm et $BC = 7,5$ cm. Est-il rectangle ?

Plus grand côté

Le plus grand côté est $[BC]$ avec $7,5$ cm : si le triangle est rectangle, ce sera en A .

Premier calcul

$$BC^2 = 7,5^2 = 56,25$$

Second calcul

$$AB^2 + AC^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$$

Comparaison

Les deux résultats sont égaux : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Conclusion. Comme $BC^2 = AB^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A .

Les erreurs à ne pas faire

Écrire dès le départ « $BC^2 = AB^2 + AC^2$ » : ce serait supposer ce qu'on cherche à démontrer. Les deux membres se calculent séparément.

Choisir le mauvais côté comme hypoténuse : ce doit être le plus grand.

Conclure « le triangle est rectangle » sans préciser **en quel sommet**.

Se contenter d'une mesure à l'équerre sur la figure : une figure n'est jamais une démonstration.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

Le triangle RST a pour côtés $RS = 8$ cm, $ST = 15$ cm et $RT = 17$ cm. Est-il rectangle ?

Voir le corrigé

Plus grand côté : $[RT]$. D'une part $RT^2 = 17^2 = 289$. D'autre part $RS^2 + ST^2 = 64 + 225 = 289$.

Les résultats sont égaux, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, RST est rectangle **en S**.

2. **Exercice 2**

Un triangle a pour côtés 5 cm, 7 cm et 9 cm. Est-il rectangle ?

Voir le corrigé

Plus grand côté : 9 cm. D'une part $9^2 = 81$. D'autre part $5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$.

$81 \neq 74$, donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, ce triangle **n'est pas rectangle**.

3. **Exercice 3**

Un menuisier vérifie qu'un angle de plan de travail est droit : il mesure 60 cm sur un bord, 80 cm sur l'autre, et trouve 102 cm entre les deux repères. L'angle est-il droit ?

Voir le corrigé

D'une part $102^2 = 10\,404$. D'autre part $60^2 + 80^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10\,000$.

10 404 ~~≠~~ 10 000 : l'angle **n'est pas droit**. Il aurait fallu mesurer 100 cm.

Questions fréquentes

Quelle différence entre le théorème et sa réciproque ?

Le théorème part d'un triangle **déjà rectangle** et sert à calculer une longueur. La réciproque part de **trois longueurs connues** et sert à prouver que le triangle est rectangle. On ne les utilise donc jamais dans la même situation.

Comment rédiger correctement cette démonstration ?

En trois temps, toujours les mêmes : « D'une part, $BC^2 = \dots$ » ; « D'autre part, $AB^2 + AC^2 = \dots$ » ; « Comme ces deux résultats sont égaux, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en A . » Cette structure vaut des points au brevet, même si le calcul est simple.