

Comment factoriser avec un facteur commun ?

LA RÉPONSE COURTE

Factoriser, c'est transformer une **somme en produit**. On repère le facteur présent dans tous les termes, on l'écrit devant une parenthèse, et on met à l'intérieur ce qui reste de chaque terme : $ka+kb=k(a+b)$.

La méthode en 5 étapes

1. Repérer le facteur commun

On cherche ce qui apparaît dans **chaque** terme : un nombre, une lettre, ou une parenthèse entière.

2. Écrire le facteur devant une parenthèse

On pose $k(\dots)$ et on garde la parenthèse ouverte le temps de la remplir.

3. Chercher ce qui reste

Pour chaque terme, on se demande : « par quoi dois-je multiplier le facteur commun pour retrouver ce terme ? ». La réponse va dans la parenthèse, avec son signe.

4. Attention au terme qui disparaît

Si un terme est le facteur commun, il reste 1 dans la parenthèse, et non rien : $5x+5=5(x+1)$.

5. Vérifier en développant

On redéveloppe le résultat : on doit retomber exactement sur l'expression de départ.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Factoriser $B = 12x^2 + 18x$ et $C = (x+2)(3x-1) + (x+2)(x+5)$.

Facteur commun de B

Nombres : 12 et 18 ont 6 en commun. Lettres : x^2 et x ont x en commun. Le facteur commun est $6x$.

On remplit

$$12x^2 = 6x \times 2x \text{ et } 18x = 6x \times 3.$$

$$B = 6x(2x+3)$$

Facteur commun de C

Ici le facteur commun est une parenthèse entière : $(x+2)$.

On remplit

$$C = (x+2)[(3x-1)+(x+5)] = (x+2)(4x+4), \text{ soit après factorisation par 4 :}$$

$$C = 4(x+2)(x+1).$$

Conclusion. $B = 6x(2x+3)$ et $C = 4(x+2)(x+1)$.

Les erreurs à ne pas faire

Oublier le 1 : $7x+7$ se factorise en $7(x+1)$, pas en $7(x)$.

Ne prendre qu'une partie du facteur commun : $12x^2+18x = 6(2x^2+3x)$ est exact mais incomplet, on peut encore sortir x .

Changer l'expression en factorisant : le contrôle par développement est indispensable.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

Factoriser : $5x+15$; x^2-7x ; $9a^2+12a$.

Voir le corrigé

$$5x+15 = 5(x+3).$$

$$x^2-7x = x(x-7).$$

$$9a^2+12a = 3a(3a+4).$$

2. Exercice 2

Factoriser $D = (2x-1)(x+4) - (2x-1)(3x-2)$.

Voir le corrigé

Facteur commun : $(2x-1)$.

$$D = (2x-1)[(x+4)-(3x-2)] = (2x-1)(x+4-3x+2) = (2x-1)(-2x+6).$$

On peut aussi écrire $D = -2(2x-1)(x-3)$.

3. Exercice 3

Factoriser $E = 4x(x+3) + 7(x+3)$, puis calculer E pour $x = -3$.

Voir le corrigé

Facteur commun : $(x+3)$, donc $E = (x+3)(4x+7)$.

Pour $x = -3$: le premier facteur vaut 0, donc $E = 0$. La forme factorisée donne la réponse immédiatement.

Questions fréquentes

À quoi sert de factoriser ?

À calculer plus vite (un produit se calcule mentalement là où une somme demande plusieurs étapes) et surtout à **résoudre des équations**. Un produit est nul quand l'un de ses facteurs est nul : c'est l'outil central de la troisième pour les équations produit.

Comment savoir si une expression est factorisable ?

On regarde si tous les termes partagent quelque chose : un nombre, une lettre, une parenthèse. S'il n'y a rien de commun, comme dans x^2+5 , l'expression n'est pas factorisable avec les outils de quatrième. En troisième, les identités remarquables élargiront les possibilités.