

Comment calculer une longueur avec le théorème de Thalès ?

LA RÉPONSE COURTE

Dans une configuration de Thalès (deux droites sécantes coupées par deux parallèles), les longueurs sont proportionnelles : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. On choisit les deux rapports utiles, et on termine par un produit en croix.

La méthode en 5 étapes

1. Vérifier la configuration

Il faut **deux droites sécantes** en un point, coupées par **deux droites parallèles**. Le parallélisme doit être donné par l'énoncé ou démontré : sans lui, pas de Thalès.

2. Repérer le sommet commun

C'est le point d'intersection des deux droites, souvent nommé **A**. Toutes les longueurs des rapports partent de ce point.

3. Écrire les trois rapports

On écrit $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ en respectant l'ordre : petit triangle au numérateur, grand triangle au dénominateur, toujours dans le même sens.

4. Ne garder que les deux rapports utiles

On sélectionne l'égalité qui contient trois longueurs connues et l'inconnue.

5. Produit en croix

De $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ on tire $x = \frac{b \times c}{a}$. On calcule, puis on arrondit si nécessaire et on donne l'unité.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans cet ordre, et (MN) est parallèle à (BC) . On donne $AM = 3$ cm, $AB = 7,5$ cm et $AN = 4$ cm. Calculer AC .

Configuration

Les droites (AB) et (AC) sont sécantes en A , et $(MN) \parallel (BC)$: on est bien dans une configuration de Thalès.

Les rapports

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Sélection

On garde $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, c'est-à-dire $\frac{3}{7,5} = \frac{4}{AC}$.

Produit en croix

$$3 \times AC = 7,5 \times 4 = 30, \text{ donc } AC = \frac{30}{3} = 10 \text{ cm.}$$

Conclusion. $AC = 10$ cm. Contrôle : AC doit être plus grand que $AN = 4$ cm, ce qui est bien le cas.

Les erreurs à ne pas faire

Écrire les rapports dans le désordre, en mélangeant petit et grand triangle d'un rapport à l'autre.

Utiliser Thalès sans parallèles : c'est l'hypothèse essentielle, elle doit être écrite dans la rédaction.

Confondre AB et MB : les longueurs des rapports partent toutes du sommet commun A .

Oublier de vérifier la vraisemblance : dans le petit triangle, les longueurs sont plus courtes.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déploie ensuite.

1. Exercice 1

Dans une configuration de Thalès de sommet A , $AM = 2$ cm, $AB = 6$ cm, $MN = 3$ cm. Calculer BC .

Voir le corrigé

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}, \text{ soit } \frac{2}{6} = \frac{3}{BC}.$$

Produit en croix : $2 \times BC = 18$, donc $BC = 9$ cm.

2. Exercice 2

$AM = 4,2$ cm, $AB = 7$ cm et $AC = 10$ cm. Calculer AN .

Voir le corrigé

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}, \text{ soit } \frac{4,2}{7} = \frac{AN}{10}.$$

$7 \times AN = 42$, donc $AN = 6$ cm.

3. Exercice 3

Un arbre projette une ombre de 9 m. Au même moment, un piquet de 1,5 m projette une ombre de 2 m. Quelle est la hauteur de l'arbre ?

Voir le corrigé

Les rayons du soleil étant parallèles, les deux triangles rectangles sont en configuration de Thalès : $\frac{h}{1,5} = \frac{9}{2}$.
 $2h = 13,5$, donc $h = 6,75$ m.
L'arbre mesure **6,75 m**.

Questions fréquentes

Comment rédiger l'application du théorème ?

On cite les hypothèses avant le calcul : « Les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont alignés, et (MN) est parallèle à (BC) . D'après le théorème de Thalès, $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. » Sans les hypothèses, la démonstration est incomplète.

Et la configuration en papillon ?

C'est la même chose lorsque les deux parallèles se trouvent de part et d'autre du sommet commun : la figure ressemble à deux triangles pointe contre pointe. Les rapports s'écrivent exactement de la même façon, en partant toujours du sommet commun.