

Comment calculer avec des puissances ?

LA RÉPONSE COURTE

Trois règles suffisent : $a^m \times a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ et $(a^m)^n = a^{m \times n}$. Elles ne s'appliquent qu'entre puissances de **même base**. Un exposant négatif signifie l'inverse : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

La méthode en 5 étapes

1. Vérifier que les bases sont identiques

Les règles ne fonctionnent qu'entre puissances d'un même nombre. $2^3 \times 5^3$ ne se simplifie pas avec ces formules ; on l'écrira plutôt $(2 \times 5)^3$.

2. Produit : on additionne les exposants

$a^m \times a^n = a^{m+n}$. Par exemple $10^4 \times 10^{-6} = 10^{-2}$.

3. Quotient : on soustrait les exposants

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. Par exemple $\frac{3^7}{3^5} = 3^2 = 9$.

4. Puissance de puissance : on multiplie

$(a^m)^n = a^{m \times n}$. Par exemple $(10^3)^4 = 10^{12}$.

5. Conclure sous la forme demandée

Selon l'énoncé, on laisse la puissance, on donne l'écriture décimale, ou on met en notation scientifique.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Écrire sous la forme d'une seule puissance : $A = \frac{10^5 \times 10^{-3}}{10^{-4}}$ et $B = (2^3)^2 \times 2^{-4}$.

Numérateur de A

$$10^5 \times 10^{-3} = 10^{5+(-3)} = 10^2.$$

Quotient

$$A = \frac{10^2}{10^{-4}} = 10^{2-(-4)} = 10^6.$$

Puissance de puissance

$$(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6.$$

Produit

$$B = 2^6 \times 2^{-4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4.$$

Conclusion. $A = 10^6 = 1\,000\,000$ et $B = 2^2 = 4$.

Les erreurs à ne pas faire

Multiplier les exposants dans un produit : $10^3 \times 10^4$ vaut 10^7 , pas 10^{12} .

Appliquer les règles à des bases différentes : $2^3 \times 3^2$ ne vaut ni 6^5 ni 6^6 .

Croire que a^{-n} est négatif : $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001$, un nombre positif.

Oublier que $a^0 = 1$ pour tout a non nul.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

Écrire sous forme d'une seule puissance : $5^4 \times 5^3$; $\frac{7^9}{7^6}$; $(10^2)^5$.

Voir le corrigé

$$5^4 \times 5^3 = 5^7.$$

$$\frac{7^9}{7^6} = 7^3 = 343.$$

$$(10^2)^5 = 10^{10}.$$

2. Exercice 2

Calculer $C = \frac{10^{-2} \times 10^6}{10^3}$ et donner son écriture décimale.

Voir le corrigé

Numérateur : $10^{-2+6} = 10^4$. Puis $\frac{10^4}{10^3} = 10^{4-3} = 10^1$.

$$C = 10.$$

3. Exercice 3

Écrire $D = \frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^4}$ sous forme d'une puissance, puis d'une fraction.

Voir le corrigé

Numérateur : $3^{5-2} = 3^3$. Puis $\frac{3^3}{3^4} = 3^{-1}$.

$$D = 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

Questions fréquentes

Que vaut une puissance de 10 ?

10^n s'écrit 1 suivi de n zéros : $10^6 = 1\,000\,000$. Et 10^{-n} s'écrit 0,0...01 avec n chiffres après la virgule : $10^{-3} = 0,001$. C'est le socle de la notation scientifique.

Comment gérer $(-2)^4$ et -2^4 ?

Ce ne sont pas les mêmes nombres. $(-2)^4$ signifie $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$: l'exposant pair rend le résultat positif. En revanche -2^4 signifie $-(2^4) = -16$, car sans parenthèses l'exposant ne porte que sur le 2.