

Comment factoriser une expression ?

LA RÉPONSE COURTE

Factoriser, c'est écrire une somme sous forme de **produit**. Deux outils : le **facteur commun** quand un même morceau apparaît dans tous les termes, et les **identités remarquables** quand on reconnaît $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$ ou a^2-b^2 .

La méthode en 5 étapes

1. Compter les termes

Deux termes : penser à a^2-b^2 ou au facteur commun. Trois termes : penser à $(a+b)^2$ ou $(a-b)^2$. C'est le premier tri à faire.

2. Chercher d'abord un facteur commun

C'est toujours la première chose à tester : un nombre, une lettre ou une parenthèse entière présente dans tous les termes. $3x^2-12x=3x(x-4)$.

3. Reconnaître une différence de carrés

Deux termes séparés par un signe moins, tous deux des carrés : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$. Par exemple $x^2-49=(x-7)(x+7)$.

4. Reconnaître un carré parfait

Trois termes : on identifie a et b avec les deux carrés, puis on vérifie que le terme du milieu vaut bien $2ab$. Alors $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$.

5. Vérifier en développant

On redéveloppe la forme factorisée : elle doit redonner l'expression de départ, terme pour terme.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Factoriser $A=9x^2-25$, $B=x^2+10x+25$ et $C=4x^2-12x$.

A : différence de carrés

$9x^2=(3x)^2$ et $25=5^2$, séparés par un moins : c'est a^2-b^2 avec $a=3x$ et $b=5$.
 $A=(3x-5)(3x+5)$

B : carré parfait

$x^2=x^2$, $25=5^2$, et le terme du milieu vaut $2\times x\times 5=10x$: c'est exactement $a^2+2ab+b^2$.
 $B=(x+5)^2$

C : facteur commun

$4x^2$ et $12x$ ont $4x$ en commun.

$$C = 4x(x-3)$$

Vérification

$(3x-5)(3x+5) = 9x^2 + 15x - 15x - 25 = 9x^2 - 25$. Les autres se contrôlent de la même façon.

Conclusion. $A = (3x-5)(3x+5)$, $B = (x+5)^2$ et $C = 4x(x-3)$.

Les erreurs à ne pas faire

Vouloir factoriser $x^2 + 25$: une **somme** de carrés ne se factorise pas, contrairement à une différence.

Annoncer un carré parfait sans vérifier le double produit : $x^2 + 7x + 25$ n'est pas $(x+5)^2$ car le milieu devrait valoir $10x$.

Oublier de sortir d'abord le facteur commun : $2x^2 - 18 = 2(x^2 - 9) = 2(x-3)(x+3)$ demande les deux étapes.

Confondre $(a-b)^2$ et $a^2 - b^2$: ce sont deux identités différentes.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déploie ensuite.

1. Exercice 1

Factoriser : $x^2 - 36$; $4x^2 - 81$; $25 - y^2$.

Voir le corrigé

$$x^2 - 36 = (x-6)(x+6).$$

$$4x^2 - 81 = (2x)^2 - 9^2 = (2x-9)(2x+9).$$

$$25 - y^2 = (5-y)(5+y).$$

2. Exercice 2

Factoriser $D = x^2 - 14x + 49$ et $E = 9x^2 + 24x + 16$.

Voir le corrigé

D : x^2 , $49 = 7^2$ et $2 \times x \times 7 = 14x$ avec un signe moins, donc $D = (x-7)^2$.

E : $(3x)^2$, $16 = 4^2$ et $2 \times 3x \times 4 = 24x$, donc $E = (3x+4)^2$.

3. Exercice 3

Factoriser $F = (2x+1)^2 - 9$.

Voir le corrigé

C'est une différence de carrés avec $a = 2x+1$ et $b = 3$: $F = [(2x+1)-3][(2x+1)+3]$.
Après réduction : $F = (2x-2)(2x+4)$, soit encore $F = 4(x-1)(x+2)$.

Questions fréquentes

Comment savoir quelle identité utiliser ?

Le nombre de termes oriente le choix : deux termes avec un moins font penser à $a^2 - b^2$, trois termes à un carré parfait. Ensuite on identifie a et b en prenant la racine carrée des termes extrêmes, et on vérifie le terme du milieu. Si la vérification échoue, l'expression n'est pas factorisable ainsi.

À quoi sert la factorisation au brevet ?

Elle sert surtout à résoudre des équations : une fois l'expression écrite sous forme de produit, on utilise la règle du produit nul. Les exercices du brevet enchaînent souvent développement, factorisation puis résolution dans un même problème.